Ewa Stożek, Henryk Dąbrowski
OKE Łódź

Zadania „rozrywające" w testach na przykładzie zadań maturalnych z matematyki

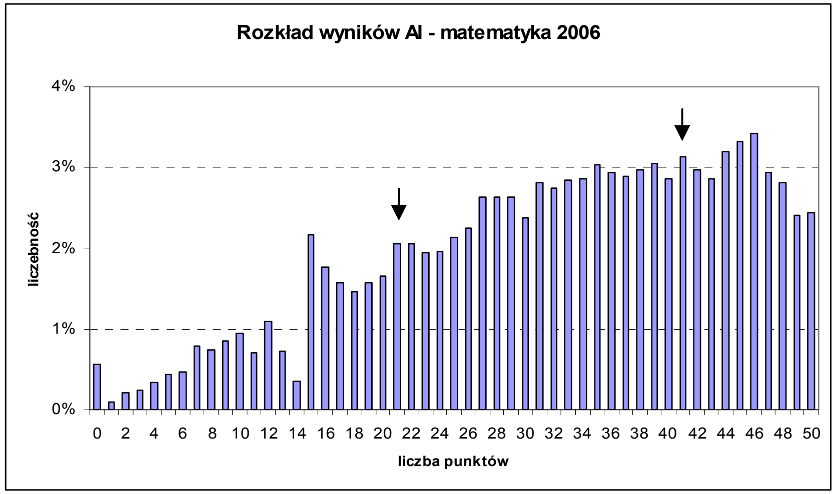
Na podstawie analizy danych empirycznych z egzaminu maturalnego z matematyki 2005 i 2006 roku wyodrębniono zadania na tyle silnie różnicujące, iż można mówić o tym, że „rozrywają" populację zdających na dwie grupy. Podjęto próbę opisu cech charakterystycznych tych zadań oraz określenia ich parametrów.

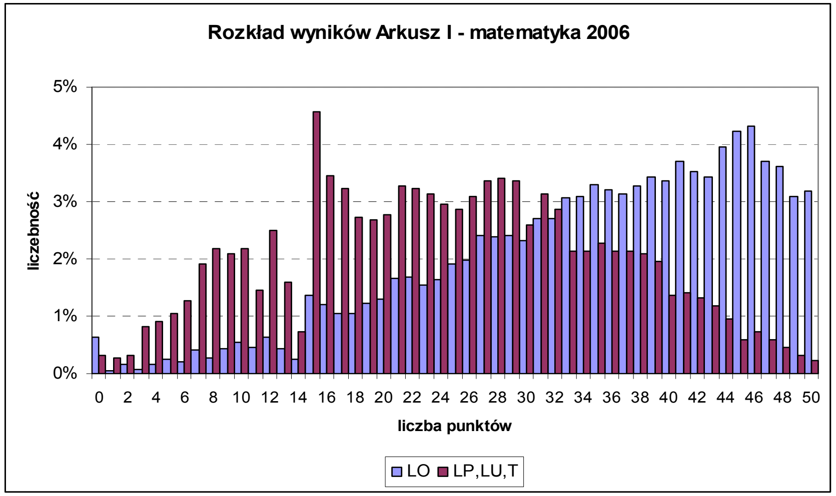
Na zróżnicowanie wyników na egzaminie maturalnym ma wpływ wiele czynników, które powodują, że rozkłady są spłaszczone i/albo wielomodalne. Takimi czynnikami są np. typ szkoły lub deklarowany poziom zdawania przedmiotu (uczniowie słabsi deklarują zdawanie tylko poziomu podstawowego, a lepsi kontynuują zdawanie na poziomie rozszerzonym). „Rozrywanie" rozkładu wyników poprzez te czynniki przedstawiają wykresy na rys. 1. Wszystkie prezentowane rozkłady wyników odpowiadają danym zdających w szkołach na terenie objętym działaniem Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Łodzi.

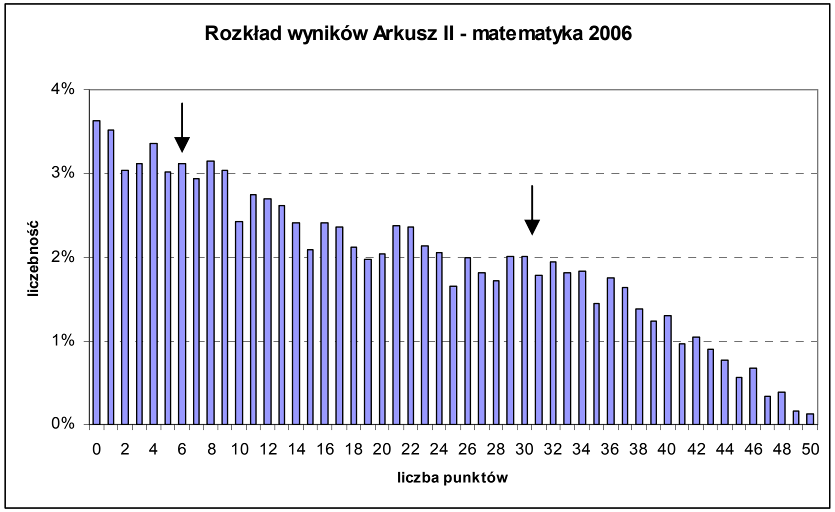
Jednak przyczyną „rozrywania" mogą być także pojedyncze zadania, które będziemy nazywać zadaniami rozrywającymi[1]. Aby to pokazać, ograniczymy rozważania do Arkusza II i absolwentów liceów ogólnokształcących (około 6 tysięcy zdających) , wytrącając w ten sposób wpływ innych (być może nie wszystkich) czynników różnicujących populację.

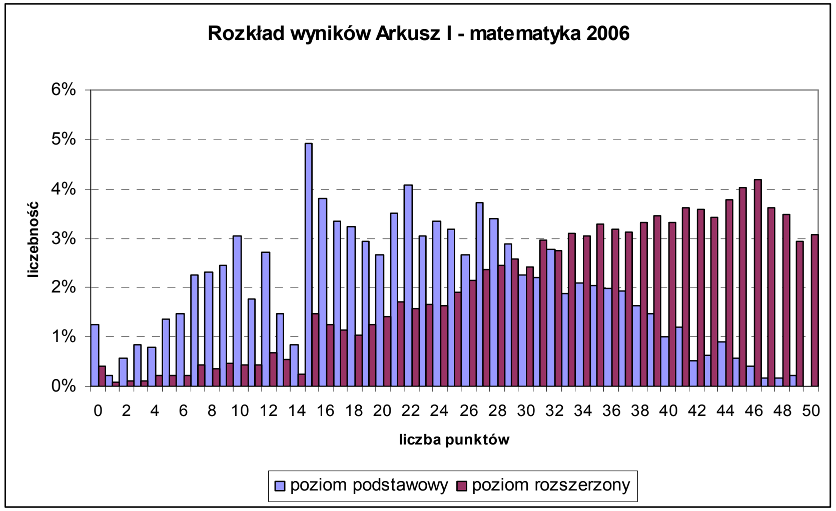
Zadania poziomu rozszerzonego z matematyki w 2005 roku były dla absolwentów liceów ogólnokształcących zadaniami trudnymi (łatwość 0,35). Daje się wyodrębnić dwa podrozkłady z wierzchołkami (modami) 10 i 20 punktów odpowiednio. Dalsza analiza zadań pokazuje, że drugą modę generują wyniki uczniów, którzy poprawnie rozwiązali zadanie 14. (por rys.2) Zadanie 14. okazuje się dla tej populacji zadaniem rozrywającym: ci, którzy poprawnie je rozwiązali (około 44% zdających) uzyskali wyższe wyniki z całego testu niż grupa osób, która otrzymała za to zadanie 0 punktów (33%).

[1] por. E.Stożek *Zadania „rozrywające" w testach,* w materiałach XII Konferencji Diagnostyki Edukacyjnej, Lublin 9-11.X.2006









Rys. 1 Przykłady wielomodalnych rozkładów wyników na egzaminie maturalnym z matematyki wraz z przykładami czynników rozrywających

Przypomnijmy to zadanie:

Zadanie 14. (5 pkt) – poziom rozszerzony

Oblicz: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+4+7+...+(3n-2)}{5+7+9+...+(2n+3)}$

Aby rozwiązać to zadanie, należało zauważyć, że licznik i mianownik ułamka, to sumy ciągu arytmetycznego. Jeśli zdający poprawnie rozpoznawali ciąg arytmetyczny, to z reguły doprowadzali zadanie do końca. Jednak dla zaskakująco dużej części populacji zadanie okazało się niezrozumiałe. Łatwość tego zadania 0,58 wskazuje na jego umiarkowaną trudność dla całej populacji. Jego wartość różnicującą można potraktować jako element pożądany w teście maturalnym.

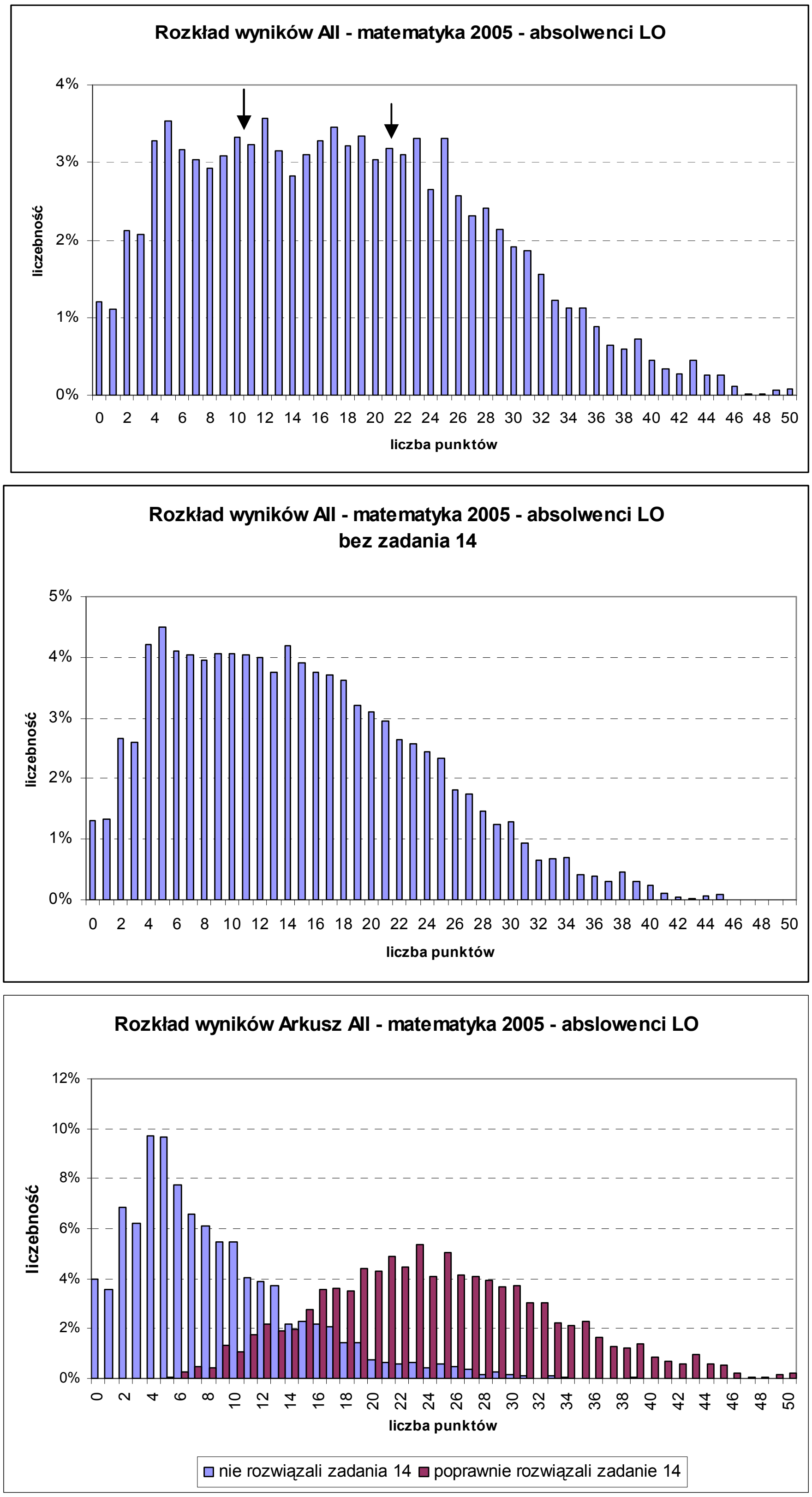
Zadania poziomu rozszerzonego w Arkuszu II egzaminu maturalnego w 2006 roku dla absolwentów liceów ogólnokształcących były trudne (łatwość 0,42). W porównaniu z testem 2005 roku wzrosło zróżnicowanie wyników (odchylenie standardowe wynosiło dla tej populacji 10,32 punktu w 2005 roku i 12,7 punktu w 2006 roku). Tym razem jednym z zadań rozrywających okazało się najłatwiejsze zadanie w teście (por. rys.3). Wyniki za cały Arkusz II tych zdających, którzy rozwiązali zadanie 20. koncentrują się wokół mody 30 punktów.

Zadanie 20. (4 pkt) – poziom rozszerzony

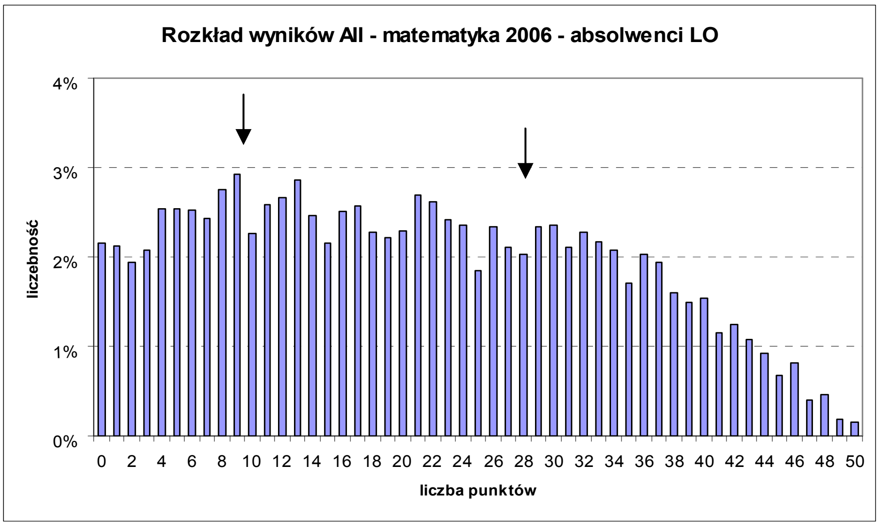
Dane są funkcje $f(x)=3^{x^2-5x}$ i $g(x)=\left(\frac{1}{9}\right)^{-2x^2-3x+2}$.

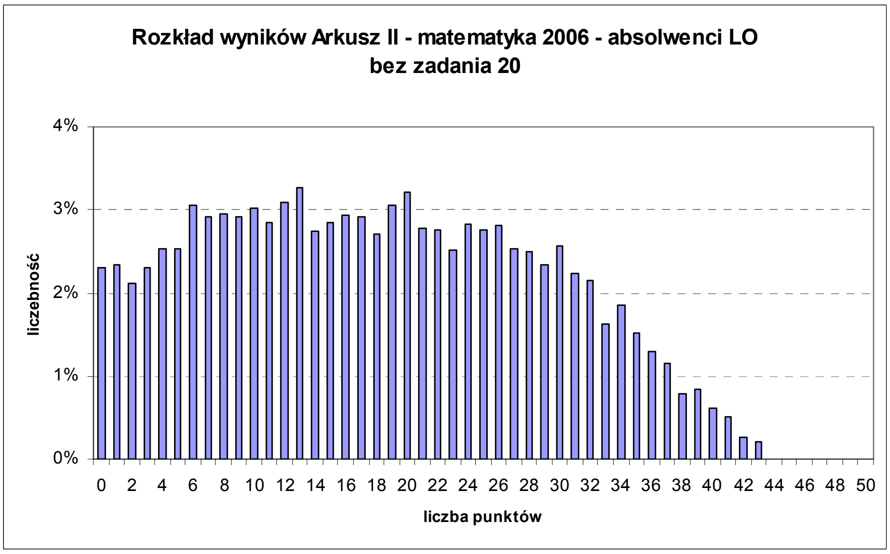
Oblicz, dla których argumentów x wartości funkcji f są większe od wartości funkcji g.

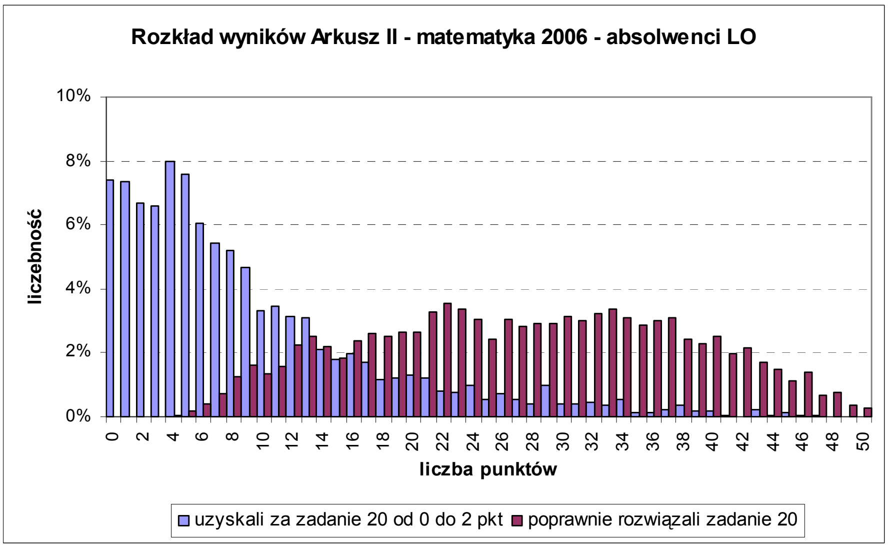
Zadanie sprawdza umiejętność rozwiązywania nierówności wykładniczej. Punkty były przyznawane za wykonanie kolejnych prostych czynności: zapisanie nierówności, wykorzystanie monotoniczności funkcji wykładniczej i rozwiązanie nierówności kwadratowej. Ponad 15% zdających nie otrzymała żadnego punktu za to zadanie, 14% uzyskało od 1do 2 punktów, a całkowicie poprawnie rozwiązało to zadanie prawie 53% uczniów. Podobnie jak poprzednio wydaje się, że tego typu różnicowanie populacji jest wartościowe jako cecha testu, który jest jednocześnie egzaminem wstępnym na wyższą uczelnię.



Rys.2 Zadanie 14. – zadanie rozrywające Arkusza II – matematyka 2005.







Rys.3 Zadanie 20. – zadanie rozrywające Arkusza II – matematyka 2006.

Zestawmy łatwość i moc różnicującą omawianych zadań:

	łatwość	**moc różnicująca**
zadanie 14 (2005)	0,58 (umiarkowanie trudne)	0,68 (dobrze różnicuje)
zadanie 20 (2006)	0,72 (łatwe)	0,65 (dobrze różnicuje)

Czy można na tej podstawie wnioskować, że wszystkie zadania łatwe i dobrze różnicujące będą zadaniami „rozrywającymi”?

Takie wnioskowanie nie jest uprawnione. W rozpatrywanych przykładach ze sprawdzianu[2] zadaniami rozrywającymi okazały się zadania, które były trudne i dobrze różnicowały. Może więc chodzi o to, żeby to były po prostu zadania dobrze różnicujące? Ale większość zadań Arkusza II to zadania dobrze różnicujące. Parametry łatwości i mocy różnicującej są zbyt ogólne i mówią za mało o zadaniu. Zadanie „rozrywające” można rozpoznać po jego krzywej charakterystycznej[3].

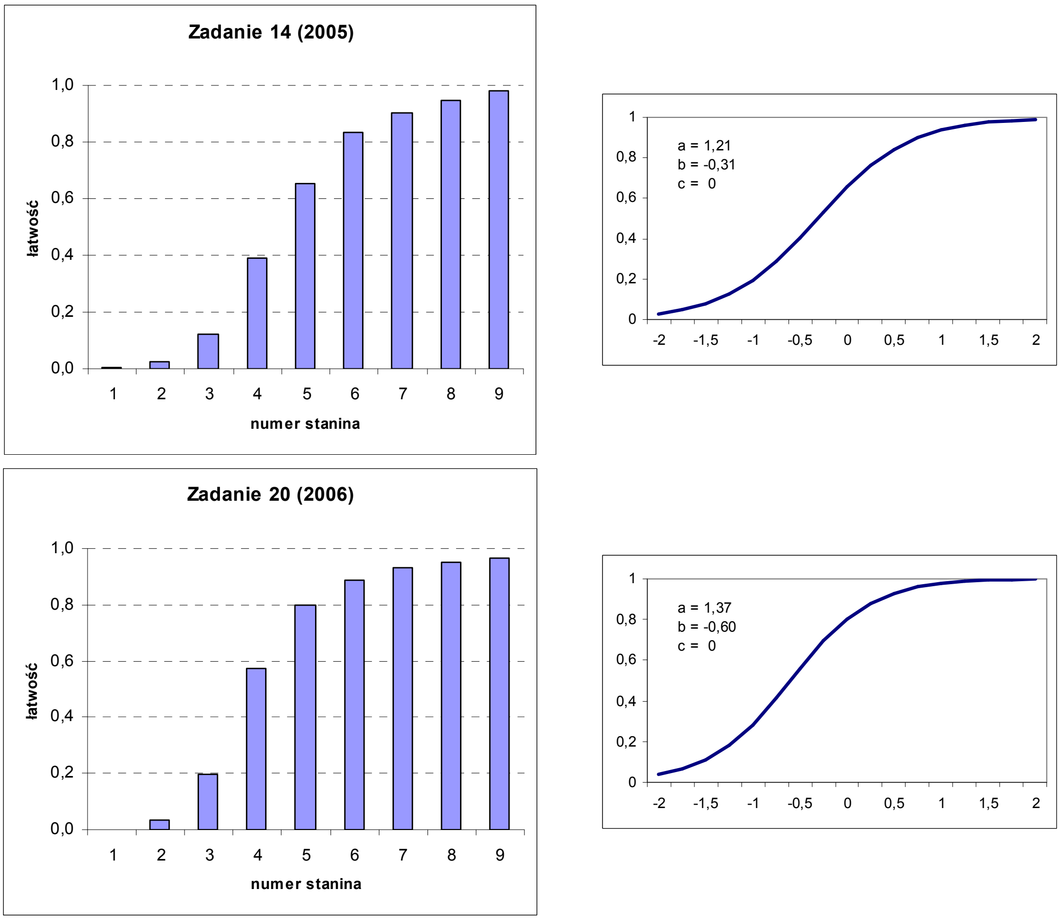
Spróbujmy zatem wyrysować krzywe charakterystyczne dla zadań 14 i 20.

Zrobimy to w nieco uproszczony sposób: obliczymy łatwości omawianych zadań dla grup osób, których wyniki znalazły się w kolejnych staninach. Kolejny stanin możemy traktować jako określony poziom umiejętności ucznia, a łatwość zadania, jako prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi. Krzywą charakterystyczną uzyskamy jako krzywą regresji nieliniowej (logistycznej) z trzema parametrami (w tym celu wykorzystamy dostępną w programie SPSS opcję regresji nieliniowej). Krzywą charakterystyczną zadania opisuje trójparametryczna funkcja logistyczna postaci: $p(\theta) = c + \frac{1-c}{1+e^{-1,702*a(\theta-b)}}$, gdzie θ oznacza poziom pewnej cechy latentnej (np. poziomu osiągnięć, poziomu zdolności), p – prawdopodobieństwo udzielenia poprawnej odpowiedzi na zadanie, natomiast *a, b, c* są parametrami. Parametr *a* jest związany z mocą różnicującą zadania, a parametr *b* – z łatwością zadania. Parametr *c* w zadaniach wielokrotnego wyboru jest nazywany parametrem zgadywania i jest związany z podatnością zadania na zgadywanie.

---

[2] por. E.Stożek *Zadania „rozrywające” w testach,* w materiałach XII Konferencji Diagnostyki Edukacyjnej, Lublin 9-11.X.2006

[3] Hulin CH.L., Parsons C.K., *Wprowadzenie do teorii odpowiedzi na pozycje testu,*[w:] J.Brzeziński (red.) Trafność i rzetelność testów psychologicznych. Wybór tekstów. GWP, Gdańsk 2005, s.213-271



Rys.5 Krzywe charakterystyczne dla zadań 14. i 20.

Zadanie 14. i 20. mają podobne parametry krzywych charakterystycznych. Krzywe charakterystyczne tych zadań wyraźnie wskazują na ich „rozrywający" charakter: duża (większą od 1) wartość parametru *a* i jednocześnie parametr *b* bliski 0. Wartość parametru *b* (punkt przegięcia) wskazuje podział populacji na dwie grupy o podobnych liczebnościach, a wartość parametru *a* (kąt nachylenia stycznej do wykresu w punkcie przegięcia) wskazuje na duże różnice w umiejętnościach tych grup.

Charakterystyka zadania poprzez analizowanie parametrów krzywej charakterystycznej daje więcej informacji o zadaniu niż analiza współczynników łatwości i mocy różnicującej. Wydaje się zasadnym, aby na etapie standaryzacji testu analizować krzywe charakterystyczne zadań.