



**OKRĘGOWA KOMISJA EGZAMINACYJNA  
w ŁODZI**

---

**SPRAWOZDANIE  
Z EGZAMINU MATURALNEGO  
Z MATEMATYKI  
PRZEPROWADZONEGO W SESJI  
WIOSENNEJ 2006 ROKU**

---

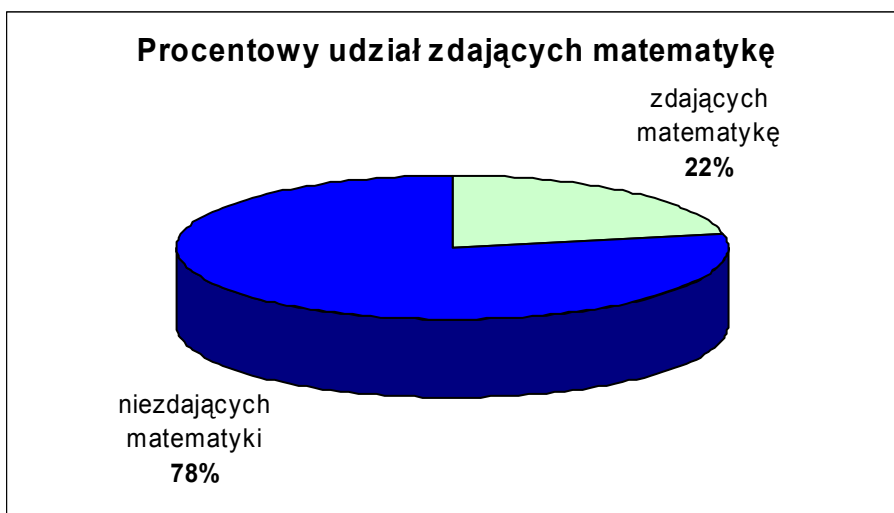
**ŁÓDŹ 2006**

## **Spis treści**

I. Opis populacji zdających matematykę na egzaminie maturalnym .....	3
II. Opis arkuszy egzaminacyjnych .....	7
1. Arkusz I .....	7
2. Arkusz II .....	9
III. Wyniki egzaminu maturalnego .....	12
1. Ogólne wskaźniki statystyczne Arkusza I .....	12
2. Wyniki Arkusza I na poziomie podstawowym i rozszerzonym .....	13
3. Wyniki Arkusza I z podziałem na typ szkoły. ....	14
4. Wyniki Arkusza I z podziałem na wielkość ośrodka. ....	16
5. Zdawalność egzaminu z matematyki. ....	18
6. Ogólne wskaźniki statystyczne Arkusza II .....	20
8. Wyniki Arkusza II z podziałem na typ szkoły. ....	21
9. Wyniki Arkusza II z podziałem na wielkość ośrodka. ....	23
IV. Analiza arkuszy egzaminacyjnych .....	25
1. Analiza ilościowa i jakościowa zadań Arkusza I .....	25
2. Szczegółowa analiza zadań Arkusza I. ....	27
3. Łatwości standardów - Arkusz I .....	36
4. Analiza ilościowa i jakościowa zadań Arkusza II .....	37
5. Szczegółowa analiza zadań Arkusza II. ....	38
6. Łatwości standardów - Arkusz II. ....	46
V. Wnioski .....	47
VI. Wyniki egzaminu maturalnego z matematyki gminach i powiatach .....	48
1. Województwo łódzkie .....	48
2. Województwo świętokrzyskie .....	52
VII. Załączniki. ....	54
1. Województwo łódzkie .....	54
2. Województwo świętokrzyskie .....	54
3. Miasto Łódź .....	55
4. Miasto Kielce. ....	56
5. Statystyki opisowe zadań. ....	56

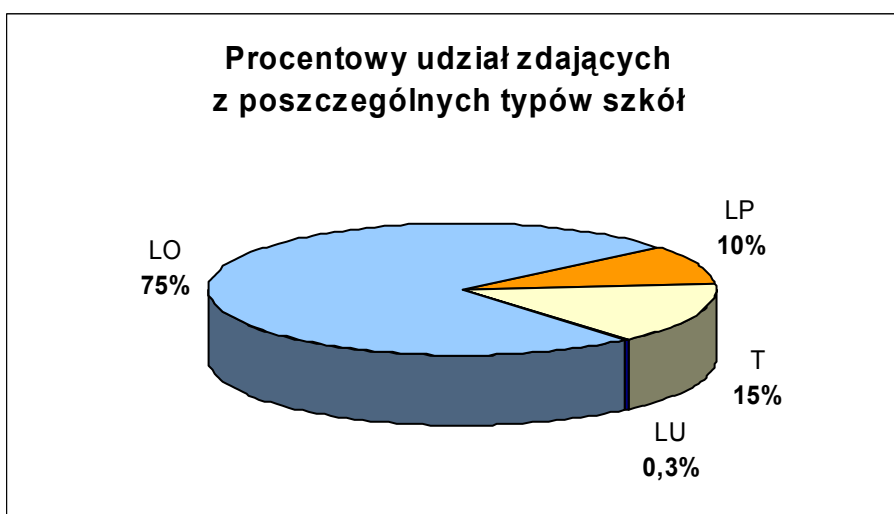
## I. Opis populacji zdających matematykę na egzaminie maturalnym

W sesji wiosennej 2006 r. do egzaminu maturalnego z matematyki przystąpiło na terenie województw łódzkiego i świętokrzyskiego 9242 absolwentów szkół ponadgimnazjalnych. Stanowi to 22% liczby wszystkich osób piszących tegoroczny egzamin maturalny. Wśród zdających matematykę w maju 2006 roku 8868 to osoby przystępujące do egzaminu maturalnego po raz pierwszy. Pozostali to absolwenci z lat poprzednich, którzy w tej sesji podjęli kolejną próbę zdania egzaminu bądź chcieli podwyższyć wynik. Dla 10 osób, które nie mogły z uzasadnionych przyczyn (zdrowotnych bądź losowych) przystąpić do matury 11 maja ustalony został termin dodatkowy w czerwcu. Ponadto 35 osób zdawało matematykę na poziomie dwujęzycznym. Musieli oni oprócz zestawu zadań z Arkusza I (ewentualnie też Arkusza II) rozwiązać zadania Arkusza III sformułowane w języku obcym, w którym zdawali maturę dwujęzyczną.



Rysunek 1. Procentowy udział zdających matematykę w całej populacji maturzystów.

Wszystkie zamieszczone dalej wyniki statystyczne dotyczą osób, które do egzaminu przystąpiły po raz pierwszy. W tej grupie znajdują absolwenci techników i liceów uzupełniających, dla których był to pierwszy egzamin w nowej formie. W liceach ogólnokształcących matematykę zdawało 6661 absolwentów, w liceach profilowanych 853, w technikach 1328, a w liceach profilowanych 26.



Rysunek 2. Procentowy udział absolwentów LO, LP, T i LU w całej populacji zdających matematykę.

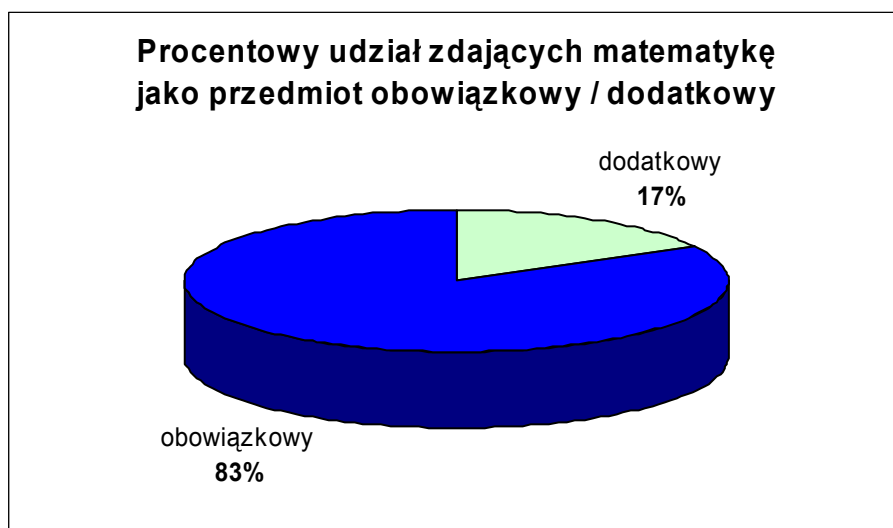
Tegoroczny egzamin maturalny z matematyki odbył się w 522 szkołach (na 705 wszystkich, w których odbył się egzamin maturalny). Dokładny podział ilustruje tabela 1.

**Tabela 1. Liczby szkół poszczególnych typów, w których odbył się egzamin maturalny z matematyki .**

	LO	LP	T	LU	Ogółem
woj. łódzkie	172	70	104	9	355
woj. świętokrzyskie	73	36	54	4	167
OKE Łódź	245	106	158	13	522

Średnia liczba osób przystępujących do matury z matematyki w liceum ogólnokształcącym wynosiła 27, w liceum profilowanym i technikum 8, a w liceum uzupełniającym 2. W ponad połowie szkół liczba zdających matematykę nie przekraczała 10, jedynie w 11 szkołach była ona większa od 100.

Matematykę jako przedmiot obowiązkowy pisały 7372 osoby, a jako przedmiot dodatkowy 1496. W porównaniu do roku ubiegłego odsetek osób wybierających matematykę jako przedmiot obowiązkowy zmalał o 6 punktów procentowych. O ile w roku ubiegłym matematykę jako przedmiot obowiązkowy wybierano najczęściej, o tyle w tym roku częściej od matematyki wybierano geografię i biologię.



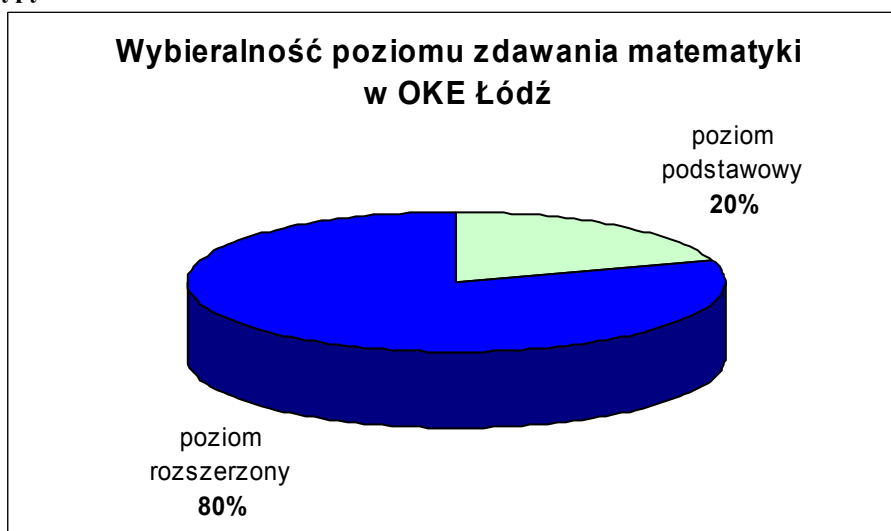
**Rysunek 3. Wybieralność matematyki jako przedmiotu obowiązkowego, dodatkowego.**

W liceach ogólnokształcących matematykę jako przedmiot dodatkowy wybrało 18% zdających, w liceach profilowanych i technikach 15%, wśród absolwentów liceów uzupełniających nie było żadnej osoby, która zdecydowałaby się zdawać matematykę jako przedmiot dodatkowy. Ilustracją tych danych jest rysunek 4.

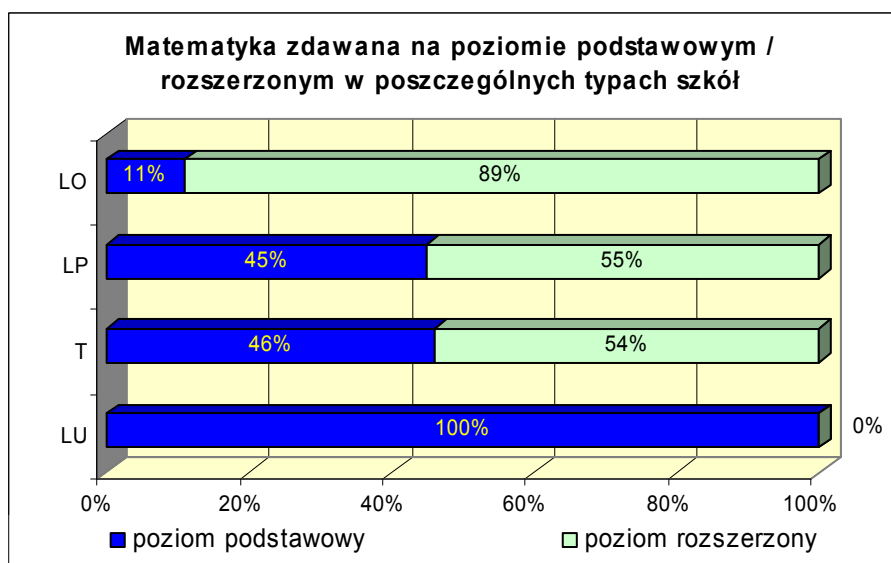
Piszący matematykę jako przedmiot obowiązkowy mogli zdawać ją albo na poziomie podstawowym – tak wybrało 1754 zdających, albo na poziomie rozszerzonym – tak wybrało 5618 zdających. Wszyscy piszący matematykę jako przedmiot dodatkowy pisali ją na poziomie rozszerzonym – takich osób było 1496. Ogółem matematykę jedynie na poziomie podstawowym pisało 20%, a na poziomie rozszerzonym 80% zdających, co ilustruje rysunek 5. Rysunek 6 pokazuje ten sam podział z uwzględnieniem typów szkół.



Rysunek 4. Wybieralność matematyki jako przedmiotu obowiązkowego albo dodatkowego z podziałem na typy szkół



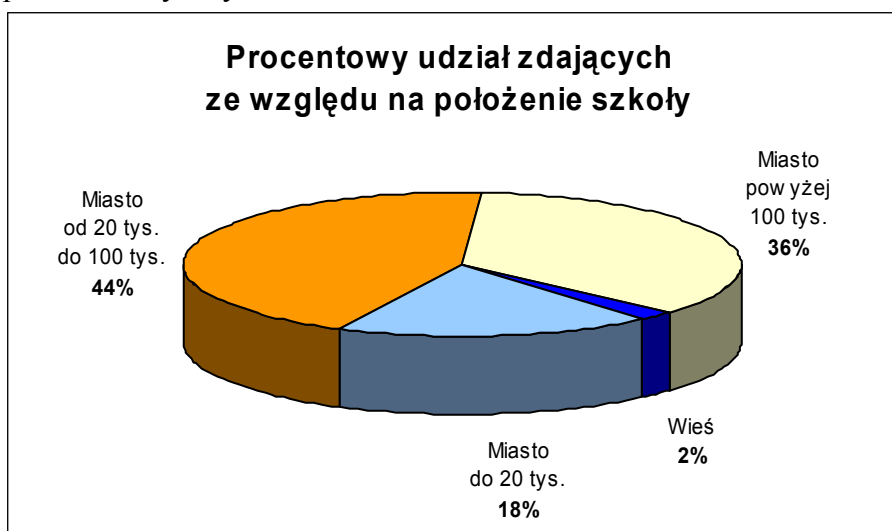
Rysunek 5. Odsetek zdających matematykę na poziomie podstawowym i rozszerzonym.



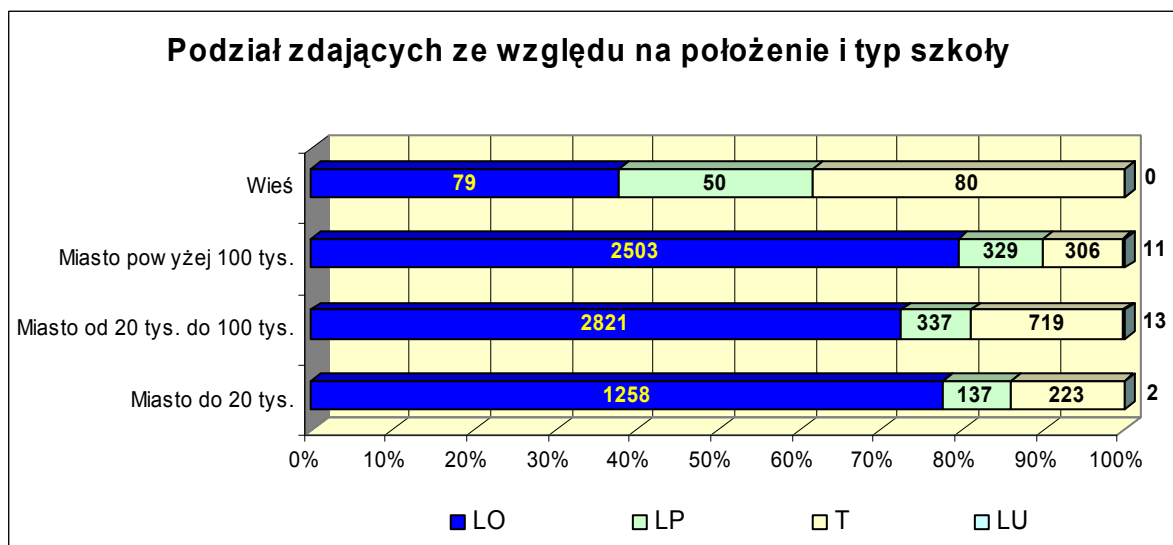
Rysunek 6. Odsetek zdających matematykę na poziomie podstawowym i rozszerzonym z uwzględnieniem typu szkoły.

Warto zwrócić uwagę, że decyzja zdającego o pisaniu matematyki na poziomie rozszerzonym najczęściej związana była z wymogami rekrutacyjnymi wyższych uczelni, gdzie często wynik uzyskany z tego poziomu był uwzględniany z wagą większą, niż wynik z poziomu podstawowego. W znacznej większości zdecydowali się na zdawanie na poziomie rozszerzonym absolwenci liceów ogólnokształcących – blisko 9 na 10 piszących, rzadziej absolwenci liceów profilowanych i techników – nieco ponad połowa zdających. Nie było natomiast absolwentów liceów uzupełniających, którzy przystąpiłby do egzaminu na tym poziomie. Wybieralność poziomu rozszerzonego w stosunku do roku ubiegłego zdecydowanie wzrosła. Wniosek ten oczywiście dotyczy absolwentów liceów ogólnokształcących i liceów profilowanych, gdyż tylko dla nich możliwe jest takie porównanie.

Spośród całej populacji zdających matematykę większość stanowili uczniowie szkół położonych w średnich miastach (od 20 tys. do 100 tys. mieszkańców), uczniowie szkół położonych w dużych miastach (powyżej 100 tys. mieszkańców) stanowili 36%, uczniowie szkół położonych w miastach małych (do 20 tys. mieszkańców) – 18%, a uczniowie szkół położonych na wsiach stanowili jedynie 2 % ogółu zdających matematykę. W roku ubiegłym podział był prawie identyczny.



Rysunek 7. Procentowy rozkład zdających matematykę ze względu na położenie szkoły.



Rysunek 8. Liczby zdających w poszczególnych typach szkół z uwzględnieniem położenia szkoły.

## II. Opis arkuszy egzaminacyjnych

### 1. Arkusz I

Egzamin maturalny z matematyki odbył się w dniu 11 maja 2006 r. W zależności od wybranego poziomu – podstawowego albo rozszerzonego – zdający rozwiązywał jeden lub dwa arkusze egzaminacyjne. Egzamin rozpoczął się w całym kraju o godzinie 10<sup>00</sup>. Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań Arkusza I wynosił 120 minut. Za rozwiązanie wszystkich zadań zdający mógł uzyskać 50 punktów. Podczas egzaminu użyty został arkusz oznaczony symbolem MMA-P1A1P-062 (arkusz standardowy). Podczas egzaminu zdający mogli korzystać z kalkulatorów prostych, specjalnie przygotowanych tablic matematycznych oraz przyrządów geometrycznych.

Arkusz I z matematyki składał się z 11 zadań. Wszystkie zadania były zadaniami otwartymi, zostały oparte na standardach wymagań egzaminacyjnych zawartych w Rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z 10 kwietnia 2003 r.

W zamieszczonej poniżej tabeli 2 podane są umiejętności i treści sprawdzane w zadaniach Arkusza I. Numery w przedostatniej kolumnie odpowiadają treściom ujętym w standardzie I.

Tabela 2. Kartoteka zadań Arkusza I z matematyki.

Nr zadania	Badana umiejętność <i>Zdający potrafi:</i>	Nr standardu	Nr treści ze standardu I	Liczba punktów
1	zaznaczyć na osi liczbowej zbiór opisany za pomocą nierówności z wartością bezwzględną	II 2 a	1 h	3
	zaznaczyć na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej	II 2 a	3 b	
	wyznaczyć różnicę zbiorów i zaznaczyć ją na osi liczbowej	II 2 a	1 g	
2	poprawnie wybrać model matematyczny, stosować wzory adekwatne do wybranego modelu np. wzór na liczbę kombinacji	II 1 a	9 a	3
	obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia losowego	II 2 a	9 b	
3	zastosować definicję średniej ważonej	II 1 a	9 c	5
	obliczyć średnią ważoną danego zbioru znając prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych	I	1 d	
	zastosować definicję odchylenia standardowego danej próby	II 1 a	9 c	
	obliczyć odchylenie standardowe danej próby znając prawa dotyczące działań arytmetycznych na liczbach rzeczywistych	I	1 d	
	ocenić przydatność otrzymanych wyników	III 2 a	9 c	
4	wyznaczyć iloraz ciągu geometrycznego wykorzystując informację o jego monotoniczności	II 2 a	5 b	4
	zapisać wzór na $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego	I	5 b	
	wykonać działania na liczbach rzeczywistych	I	5 b	

5	zastosować związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta	II 2 a	4 c	3
	dobierać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji problemowej i ocenić przydatność otrzymanych wyników	III 1 b	4 b	
	podać współrzędne punktu leżącego na końcowym ramieniu kąta	I	4 b	
6	zastosować pojęcie skali do obliczenia rzeczywistych długości podanych odcinków	II 2 a	6 e	7
	zamieniać jednostki długości	II 2 a	6 b	
	zastosować twierdzenie Pitagorasa do obliczenia długości jednego z boków trójkąta	II 2 a	6 b	
	obliczyć pole trójkąta prostokątnego	II 2 c	6 b	
	wykorzystać podobieństwo trójkątów do wyznaczenia skali podobieństwa	III 1 b	6 e	
	obliczyć pole trójkąta z wykorzystaniem podobieństwa	III 1 b	6 b 6 e	
	porównać liczby wymierne	I	1 i	
7	podać opis matematyczny danej sytuacji praktycznej	III 1 a	6 b	5
	wyznaczyć wysokość trójkąta równobocznego	I	6 b	
	obliczyć szerokość i wysokość figury opisanej w zadaniu	II 2 a	6 b	
	podać wynik z żądanym przybliżeniem	II 2 c	1 i	
8	obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej	II 1 a	3 b	5
	obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli	II 2 a	3 b	
	przetworzyć informacje przedstawione w postaci wzoru na postać graficzną	III 1 c	3 b	
	zapisać zbiór wartości funkcji np. odczytując go z wykresu funkcji	II 2 b	3 b	
	podać zbiór rozwiązań nierówności np. odczytując go z wykresu funkcji	II 2 b	3 b	
9	sporządzić rysunek ostrosłupa prawidłowego czworokątnego i zaznaczyć kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy	I	8 b	6
	wykorzystać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym do obliczenia długości przeciwprostokątnej	II 2 a	8 c	
	obliczyć pole powierzchni bocznej ostrosłupa	II 2 c	8 c	
	dobrać odpowiedni algorytm do wskazanej sytuacji praktycznej	III 1 b	1 d	
	obliczyć procent z danej liczby	I	1 j	
	ocenić przydatność otrzymanego wyniku	III 1 b	1 i	
10	wykorzystać definicję pierwiastka wielomianu	II 1 a	3 c	6
	rozwiązać układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi	II 2 a	3 a	
	zastosować twierdzenie Bézouta	II 2 a	3 e	
	podzielić wielomian przez wielomian	I	3 c	
	rozwiązać równanie liniowe	II 2 a	3 a	
11	stosować przedstawiony algorytm do rozwiązania problemu	II 1 b	1 d	3



Celem egzaminu było sprawdzenie wiedzy i umiejętności ucznia opisanych w standardach wymagań egzaminacyjnych. W tabeli 2 przedstawiony został podział punktów, jakie zdający mógł uzyskać za umiejętności z poszczególnych standardów

Tabela 3. Podział punktów według standardów wymagań egzaminacyjnych - Arkusz I .

Standard	Liczba punktów możliwych do uzyskania	Procent punktów możliwych do uzyskania
<b>SI</b> Wiadomości i rozumienie	10	20
<b>SII</b> Korzystanie z informacji	32	64
<b>SIII</b> Tworzenie informacji	8	16
<b>Łącznie</b>	50	100

Podobnie jak w roku ubiegłym największą liczbę punktów (64%) zdający mógł otrzymać za umiejętności dotyczące korzystania z informacji (standard II), najmniej (16%) – za umiejętności objęte standardem III (tworzenie informacji). Za umiejętności z zakresu standardu I (wiadomości i rozumienie) – można było maksymalnie otrzymać 20% możliwych do uzyskania punktów za Arkusz I.

Zdecydowana większość punktowanych czynności oceniana była w skali 0-1 punktu, jedynie pięć czynności punktowanych było w skali 0-1-2.

## 2. Arkusz II

Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań Arkusza II wynosił 150 minut. Za rozwiązanie wszystkich zadań zdający mógł uzyskać 50 punktów. Podczas egzaminu użyty został arkusz oznaczony jako MMA-R1A1P-062 (arkusz standardowy).

Arkusz II składał się z 10 zadań otwartych. Opis i treści umiejętności sprawdzanych w zadaniach zawarty jest w kartotece zadań Arkusza II.

Tabela 4. Kartoteka zadań Arkusza II z matematyki.

Nr zadania	Badana czynność <i>Zdający potrafi:</i>	Nr standardu	Nr treści ze standardu I	Liczba punktów
12	stosować zasadę indukcji matematycznej	I	1 a (R)	5
	wykorzystać założenie indukcyjne	III 2(R)	1 a (R)	
	stosować pojęcie silni w działaniach na liczbach naturalnych	II 2 a	9 a	

13	zbadać monotoniczność ciągu	III 2 a	5 a	5
	obliczyć granicę ciągu	II 2 a	6 b (R)	
	formułować wnioski wynikające z pojęcia granicy i monotoniczności ciągu	III 2 b	6 b (R) 5 a	
14	sporządzić wykres funkcji $y = f(kx)$	II 2 a	2 c (R)	4
	wyznaczyć dziedzinę funkcji	II 2 a	5 b (R)	
	sporządzić wykres funkcji o danym wzorze stosując definicję wartości bezwzględnej	II 2 a	1 h 4 b	
	odczytać z wykresu własności funkcji	II 2 a	2 b	
15	dokonać analizy zadania	III 1 a	11 a (R)	4
	obliczać prawdopodobieństwo całkowite w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych	II 2 a	11 a (R)	
16	zastosować twierdzenie do rozwiązania problemu, np. tw. sinusów	III 1 d	8 a (R)	3
	obliczyć długość odcinka	II 2 a	4 b	
	posługiwać się odpowiednimi miarami oraz przybliżeniami dziesiętnymi	II 2 c	1 i	
17	podać opis matematyczny danej sytuacji w postaci wyrażeń algebraicznych	III 1 a	6 a	6
	dobrać odpowiednie algorytmy do obliczenia długości ramienia trapezu i długości jego przekątnej	III 1 b	6 b	
	posłużyć się odpowiednim twierdzeniem (np. cosinusów) lub definicją do wyznaczenia cosinusa kąta	II 2 a	8 a (R)	
18	rozdzielić bryły i zapisać wzory na pole powierzchni i objętość opisanego w zadaniu graniastosłupa	I	8 c	7
	opisać zależności za pomocą funkcji	III 1 c	2 a	
	obliczyć pochodną funkcji wymiernej	II 2 a	7 c (R)	
	wykorzystać związek pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji	III 1 d	7 d (R)	
	obliczyć wymiary szukanej bryły	I	1 d	
19	posłużyć się definicją ciągu geometrycznego w celu wyznaczenia ilorazu tego ciągu	II 2 a	6 a (R)	7
	określić dziedzinę funkcji logarytmicznej	II 2 a	4 a (R)	
	wykorzystać definicję logarytmu i własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania prostych równań lub nierówności	II 2 a	4 b (R)	
	podać warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego	I	6 c (R)	
	rozwiązać nierówność logarytmiczną z wykorzystaniem własności wartości bezwzględnej	II 2 a	4 b (R) 1 b (R)	
	formułować wnioski oraz zapisać odpowiedź	III 2 b	1 a	
20	zapisać nierówność wynikającą z treści zadania	II 2 (R)	4 b (R)	4
	rozwiązać nierówność wykładniczą	II 2 a	4 b (R)	
	rozwiązać nierówność kwadratową	II 2 a	3 c (R)	
21	zaznaczyć w prostokątnym układzie współrzędnych podane punkty należące do wykresu funkcji	I	2 a	5

wykorzystać związek pochodnej z istnieniem ekstremum i monotonicznością funkcji	<b>III 1 c</b>	7 d (R)	
zastosować własności funkcji nieparzystej do sporządzenia wykresu funkcji	<b>III 1 c</b>	2 b (R)	

W stosunku do Arkusza I zadania tego arkusza w znacznie większym stopniu badały umiejętności z zakresu standardu II i III. Umiejętności z zakresu standardu I badane były jedynie w zadaniu 12., 18., 19. i 21.

Tabela 5. Podział punktów według standardów wymagań egzaminacyjnych – Arkusz II.

Standard	Liczba punktów możliwych do uzyskania	Procent punktów możliwych do uzyskania
<b>SI</b> Wiadomości i rozumienie	6	12
<b>SII</b> Korzystanie z informacji	24	48
<b>SIII</b> Tworzenie informacji	20	40
<b>Łącznie</b>	50	100

### III. Wyniki egzaminu maturalnego

#### 1. Ogólne wskaźniki statystyczne Arkusza I.

Tabela 6. Podstawowe wskaźniki statystyczne Arkusza I.

Arkusz I	
Liczba zdających	8868
Średnia	32,03
Odch. standardowe	11,95
Kurtoza	-0,57
Skośność	-0,49
Mediana	34
Dominanta	46
Maksymalny wynik	50
Minimalny wynik	0
Rozstęp	50

Przeciętny zdający otrzymał za rozwiązanie zadań Arkusza I **32 pkt** na 50 możliwych. Najczęściej występujący wynik to **46 pkt**. Odchylenie standardowe **11,95 pkt** wskazuje, że blisko 70% zdających uzyskało wynik w przedziale punktowym od **20** do **44 pkt**. Ujemna skośność świadczy o przesunięciu wyników w stronę wyników wysokich (rozkład lewoskośny). Połowa zdających uzyskała więcej niż **34 pkt**, a połowa mniej niż **34 pkt**. Rozstęp wynosi 50 pkt, co wskazuje że wśród zdających były osoby, które osiągnęły **0 pkt**, a także osoby, które osiągnęły wynik maksymalny – **50 pkt**. Rozkład wyników jest spłaszczony w stosunku do rozkładu normalnego, o czym świadczy ujemna kurtoza.



Rysunek 9. Rozkład częstości wyników Arkusza I.

## 2. Wyniki Arkusza I na poziomie podstawowym i rozszerzonym.

Egzamin maturalny z matematyki zdawany był na poziomie podstawowym i rozszerzonym. Zdający na poziomie podstawowym rozwiązywali tylko zdania Arkusza I, natomiast osoby przystępujące do egzaminu na poziomie rozszerzonym w pierwszej części egzaminu rozwiązywały zadania Arkusza I, a po przerwie zadania Arkusza II. Warto wyjaśnić stosunkowo dużą liczbę osób – 50, które nie uzyskały żadnego punktu. Są wśród nich osoby, którym egzamin z matematyki został unieważniony (takich osób było 31), jak również i te, które decydując się zdawać matematykę jako przedmiot dodatkowy nie przystąpiły do pisania Arkusza II. Osobom tym przypisany został za Arkusz I wynik 0 punktów.

Tabela 7. Podstawowe wskaźniki statystyczne Arkusza I z uwzględnieniem podziału na poziom podstawowy i rozszerzony.

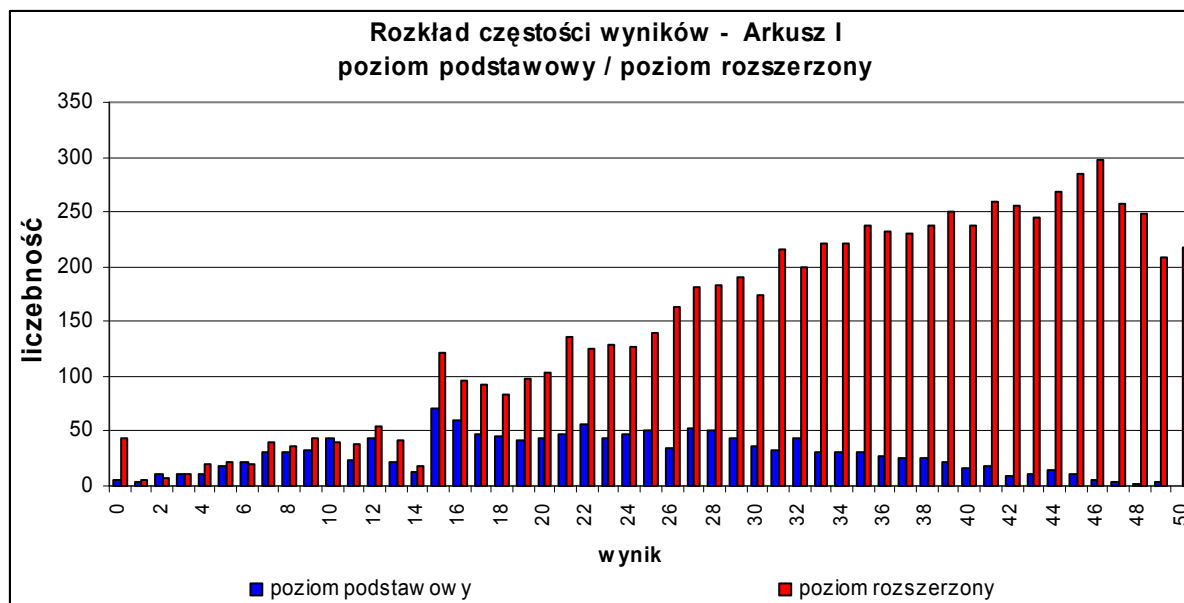
Arkusz I			
	wszystkich	dla poziomu podstawowego	dla poziomu rozszerzonego
<b>Liczba zdających</b>	8868	1754	7114
<b>Średnia</b>	32,03	22,49	34,38
<b>Odch. standardowe</b>	11,95	10,54	11,07
<b>Kurtoza</b>	-0,57	-0,68	-0,07
<b>Skośność</b>	-0,49	0,14	-0,71
<b>Mediana</b>	34	22,00	36,00
<b>Dominanta</b>	46	15	46
<b>Maksymalny wynik</b>	50	49	50
<b>Minimalny wynik</b>	0	0	0
<b>Rozstęp</b>	50	49	50

Dla osób piszących na poziomie podstawowym średni wynik to niecałe **23 pkt**, a dla piszących na poziomie rozszerzonym – ponad **34 pkt**. Wskazuje to na dużą różnicę między tymi grupami zdających. Tezę tę potwierdzają także inne ze wskaźników. Różnicę między tymi grupami zdających dało się również zaobserwować w roku ubiegłym.

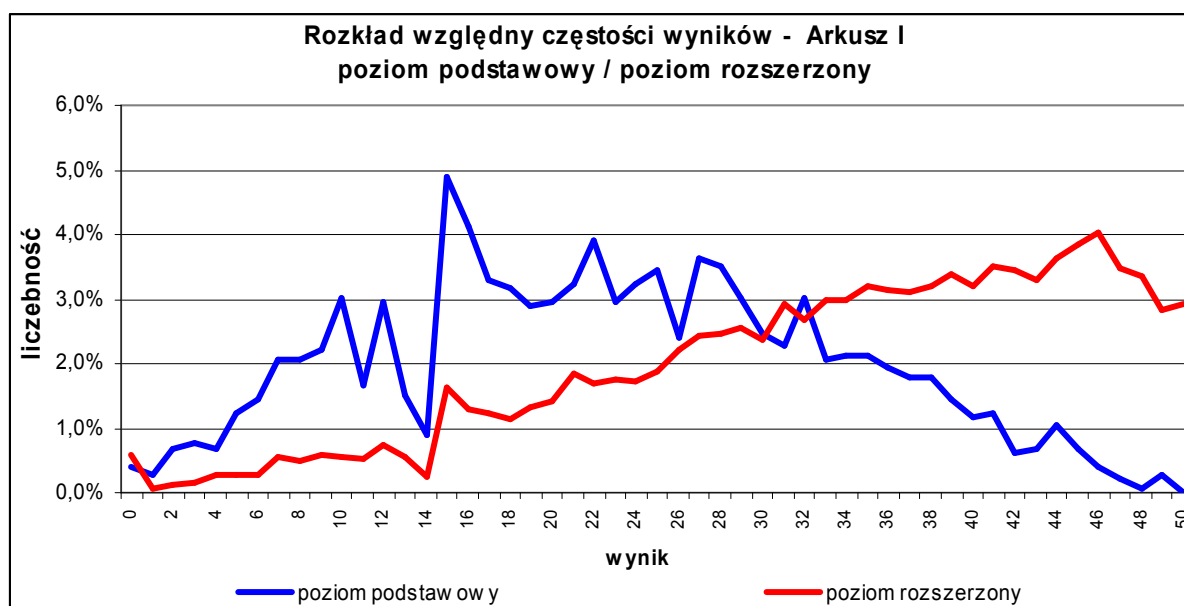
Najczęściej występujący wynik w grupie zdających na poziomie podstawowym to **15 pkt**, a w grupie zdających na poziomie rozszerzonym – **46 pkt**. Wynik 15 pkt to próg zdawalności egzaminu z matematyki, o ile przedmiot ten został wybrany jako obowiązkowy.

Odchylenie standardowe dla poziomu rozszerzonego jest nieznacznie wyższe niż dla poziomu podstawowego, choć różnica ta nie przekracza 1 punktu. Ujemna kurtoza dla poziomu podstawowego, a bliska zeru dla rozszerzonego świadczy o tym, że rozkład wyników z poziomu podstawowego jest spłaszczony w stosunku do rozkładu normalnego, a rozkład wyników z poziomu rozszerzonego jest zbliżony do rozkładu normalnego. Jednocześnie jest on przesunięty w kierunku wyników wysokich (jest lewoskośny).

Na kolejnych dwóch wykresach przedstawione zostały rozkłady wyników osób zdających poziom podstawowy i osób zdających poziom rozszerzony. Pierwszy przedstawia wyniki w skali bezwzględnej, drugi natomiast w skali względnej (procentowej). Wykresy te w sposób czytelny pokazują przesunięcie w lewo rozkładu wyników na poziomie podstawowym w stosunku do średniego wyniku wszystkich piszących Arkusz I oraz przesunięcie w prawo rozkładu wyników na poziomie rozszerzonym.



Rysunek 10. Rozkład częstości wyników Arkusza I z podziałem na poziom podstawowy i rozszerzony.



Rysunek 11. Procentowy rozkład częstości wyników Arkusza I z podziałem na poziom podstawowy i rozszerzony.

### 3. Wyniki Arkusza I z podziałem na typ szkoły.

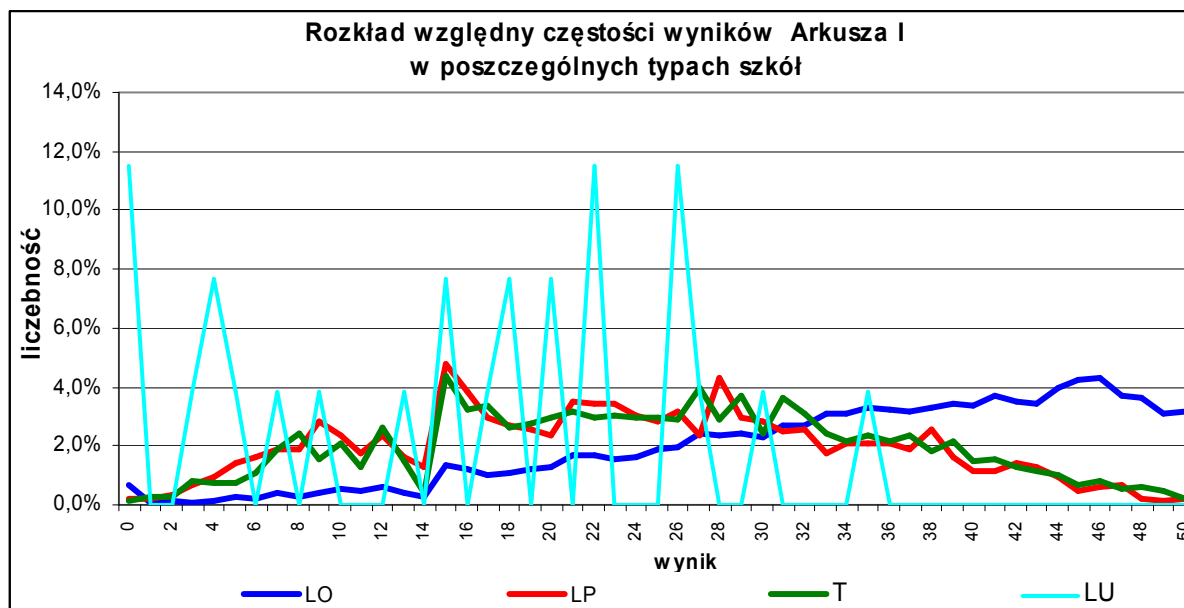
Zdecydowana większość zdających (75%) matematykę to absolwenci liceów ogólnokształcących (LO), 10% to absolwenci liceów profilowanych (LP), 15% – absolwenci techników, jedynie 0,3% to absolwenci liceów profilowanych. Wynik średni absolwenta LO wyniósł **34,65 pkt**, absolwenta LP **23,53 pkt**. Zbliżony, choć nieco wyższy wynik średni **24,66 pkt** uzyskał absolwent technikum. Najniższy wynik **15,54 pkt** uzyskał statystyczny absolwent liceum uzupełniającego. Największe odchylenie standardowe występuje w populacji absolwentów liceów ogólnokształcących, a najmniejsze – absolwentów liceów uzupełniających. Różnice w wielkości odchyżeń standardowych dla badanych grup nie są jednak duże i wynoszą nieco ponad **1 pkt**. We wszystkich czterech grupach znaleźli się

zdający, którzy nie zdobyli żadnego punktu. Najwyższy wynik absolwenta liceum uzupełniającego to **35 pkt**, a w pozostałych grupach byli zdający, którzy osiągnęli wynik maksymalny – **50 pkt**. Ze względu na dużą różnicę wielkości tych czterech populacji lepszy obraz wyników tych grup uzyskamy, porównując je w skali względnej (procentowej). Dane te zamieszczone są na rysunku 12.

Tabela 8. zawiera wybrane wskaźniki Arkusza I z uwzględnieniem podziału na typ szkoły.

Tabela 8. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza I z uwzględnieniem podziału na typ szkoły.

Wskaźnik	Matematyka				
	Arkusz I (OKE)				
	ogółem	LO	LP	T	LU
Liczebność	8868	6661	853	1328	26
Wynik maksymalny	50	50	50	50	35
Wynik minimalny	0	0	0	0	0
Wynik średni	32,03	34,65	23,53	24,66	15,54
Odchylenie standardowe	11,95	11,05	10,99	10,99	10,21



Rysunek 12. Procentowy rozkład częstości wyników Arkusza I z podziałem na typ szkoły.

W tabeli 9. podane zostały podstawowe wskaźniki statystyczne populacji z podziałem na poziom podstawowy i poziom rozszerzony. Dla każdej z tych grup podane są również wskaźniki uwzględniające podział absolwentów ze względu na typ szkoły. Tabela ta nie zawiera kolumny ze wskaźnikami absolwentów liceów uzupełniających na poziomie rozszerzonym, gdyż takich osób na tegorocznym egzaminie nie odnotowano. Podobnie pozostałe statystyki dotyczące Arkusza II nie będą zawierały danych absolwentów liceów uzupełniających, gdyż wszyscy oni zdawali matematykę jedynie na poziomie podstawowym.

Tabela 9. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza I z podziałem na poziom podstawowy i rozszerzony w poszczególnych typach szkół.

Wskaźnik	Matematyka zdawana								
	na poziomie podstawowym					na poziomie rozszerzonym			
	ogółem	LO	LP	T	LU	ogółem	LO	LP	T
Liczebność	1754	732	384	612	26	7114	5929	469	716
Wynik maksymalny	49	49	46	48	35	50	50	50	50
Wynik minimalny	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Wynik średni	22,49	24,61	20,33	21,61	15,54	34,38	35,89	26,15	27,27
Odchylenie standardowe	10,54	10,85	9,85	10,09	10,21	11,07	10,42	11,20	11,07

#### 4. Wyniki Arkusza I z podziałem na wielkość ośrodka.

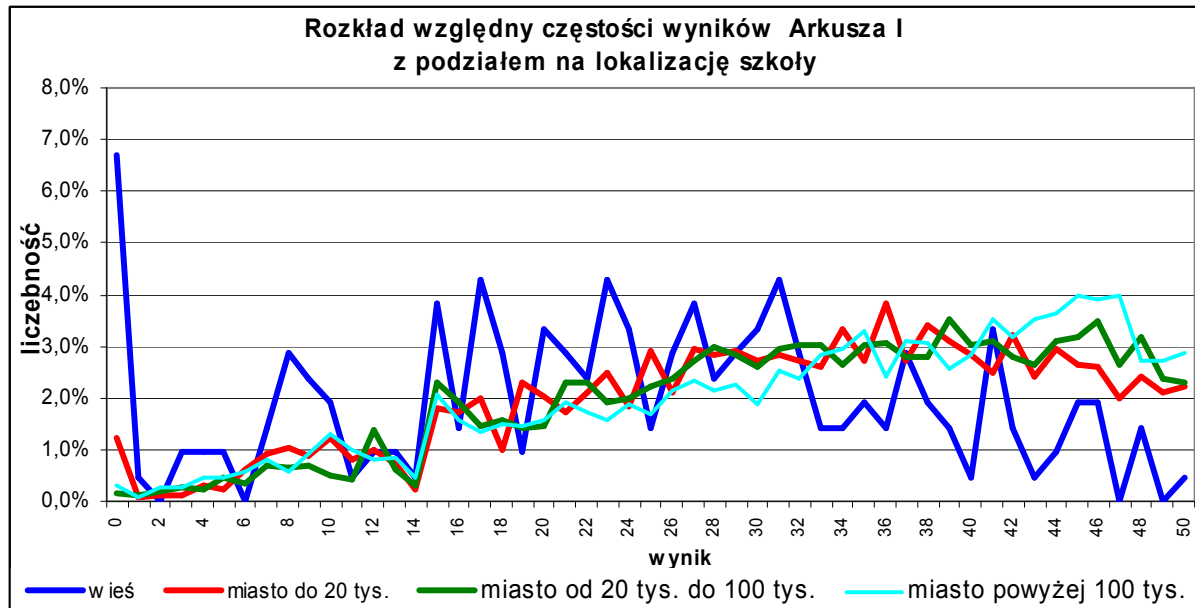
Tabela 10. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza I z podziałem na wielkość ośrodka.

	Wieś	Miasto do 20 tys.	Miasto od 20 tys. do 100 tys.	Miasto powyżej 100 tys.	Ogółem
Liczba zdających	209	1620	3890	3149	8868
Średnia	23,90	31,03	32,27	32,79	32,03
Odch. standardowe	12,73	11,93	11,51	12,21	11,95
Mediana	24,00	32,00	33,00	35,00	34
Dominanta	0	36	39	45	46
Maksymalny wynik	50	50	50	50	50
Minimalny wynik	0	0	0	0	0
Rozstęp	50	50	50	50	50

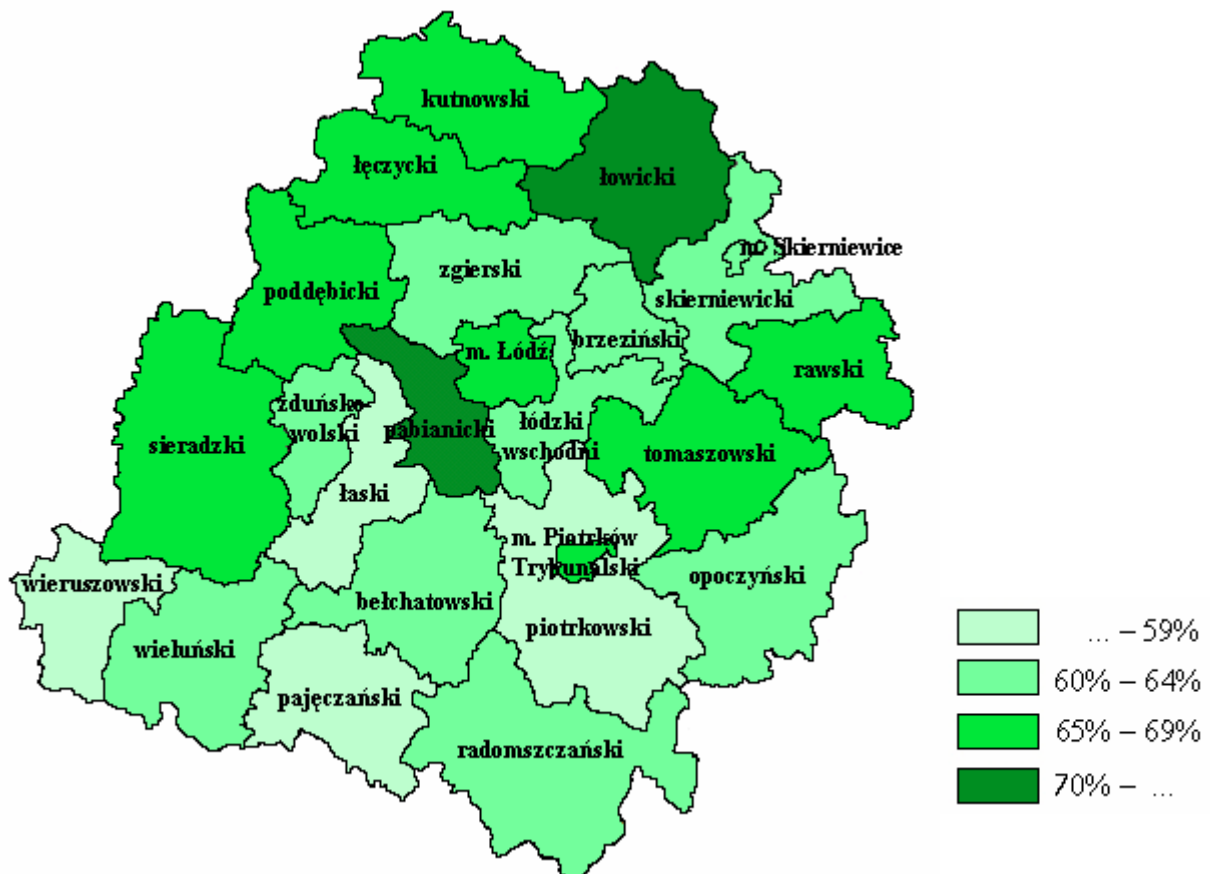
Najwyższy wynik średni uzyskał statystyczny uczeń szkoły położonej w dużym mieście (powyżej 100 tys. mieszkańców), najniższy – uczeń szkoły położonej na wsi. We tych grupach znaleźli się zdający, którzy uzyskali **0 pkt**, jak też tacy, którzy uzyskali wynik najwyższy **50 pkt**. Wśród zdających ze szkół położonych w dużych miastach (okręgu łódzkim są jedynie dwa takie miasta: Łódź i Kielce) najczęściej występujący wynik to **45 pkt**. Jest to o 6 punktów więcej niż dla zdających ze szkół położonych w średnich miastach, o 9 punktów więcej niż dla zdających ze szkół z małych miast. Zdający ze szkół położonych na wsiach najczęściej uzyskali wynik **0 pkt**. Rozkłady wyników uzyskanych za rozwiązanie zadań Arkusza I uwzględniające podział ze względu na położenie szkoły podane są na rysunku 13.

Mapki zamieszczone na kolejnych dwóch rysunkach 14. i 15. ilustrują średnie wyniki Arkusza I dla powiatów województwa łódzkiego i świętokrzyskiego. Dla lepszego zobrazowania przyjęto podaną obok skalę procentową.

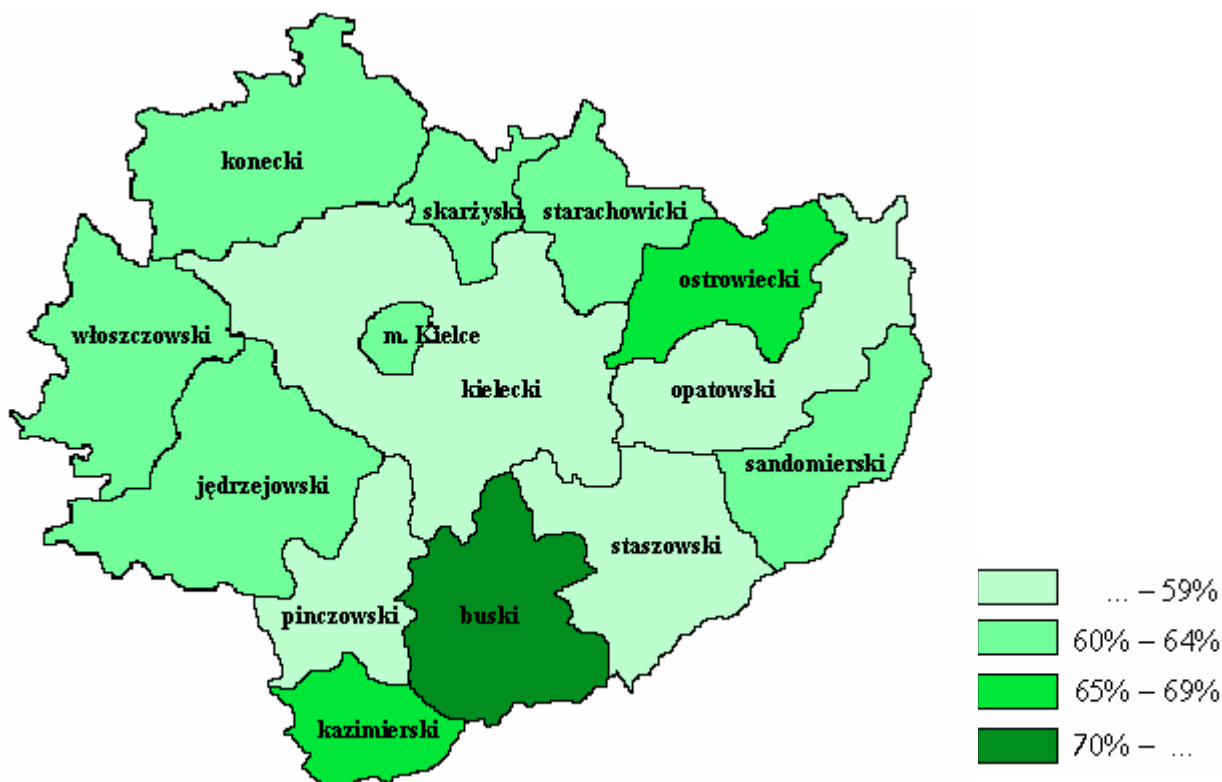




Rysunek 13. Procentowy rozkład częstości wyników Arkusza I z podziałem na typ szkoły.



Rysunek 14. Średnie wyniki Arkusza I w powiatach województwa łódzkiego.



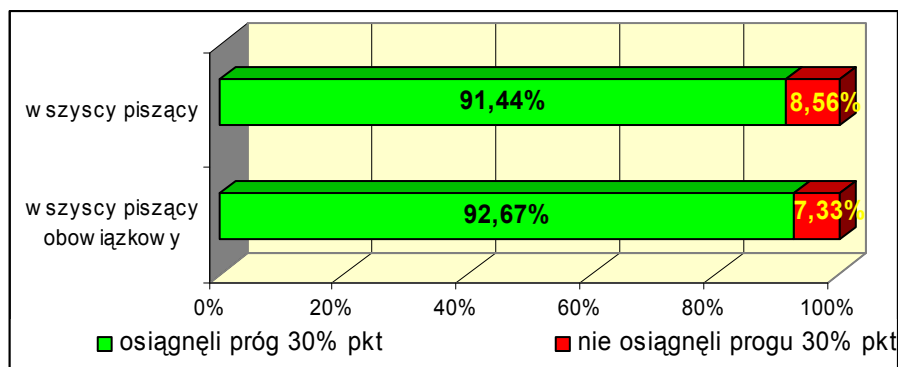
Rysunek 15. Średnie wyniki Arkusza I w powiatach województwa świętokrzyskiego.

Dokładne wyniki gmin i powiatów w postaci tabelarycznej zamieszczone są na końcu tego sprawozdania. Również tam znajdują się tabele ze wskaźnikami dla województwa łódzkiego i świętokrzyskiego, a także dla miast Łodzi i Kielc.

### 5. Zdawalność egzaminu z matematyki.

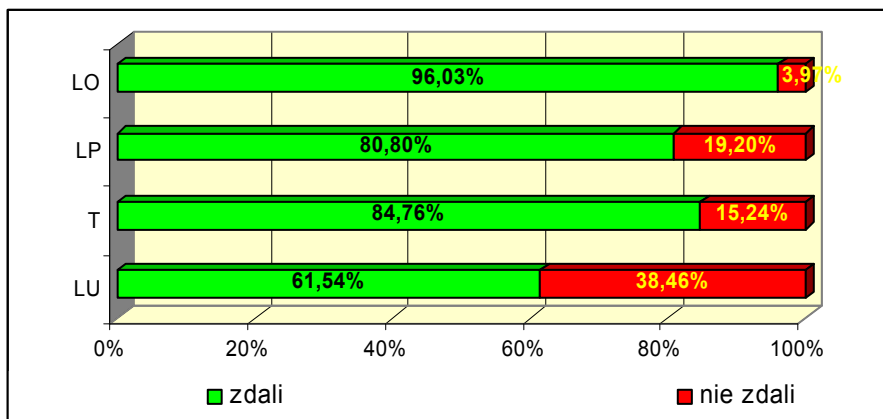
Próg zaliczenia każdego ze przedmiotów egzaminu maturalnego ustalony został na poziomie 30% możliwych do uzyskania punktów z poziomu podstawowego. O niezdanym egzaminie możemy mówić jedynie w odniesieniu do osób, które zdawały przedmiot jako obowiązkowy. Tylko wówczas możemy mówić o „zdawalności” egzaminu.

Interesujące wydaje się porównanie odsetka wszystkich zdających, którzy nie osiągnęli poziomu **15 pkt** z odsetkiem osób, które nie zdały tego egzaminu, a więc tych, które nie osiągnęły progu 15 pkt i zdawały matematykę jako przedmiot obowiązkowy.

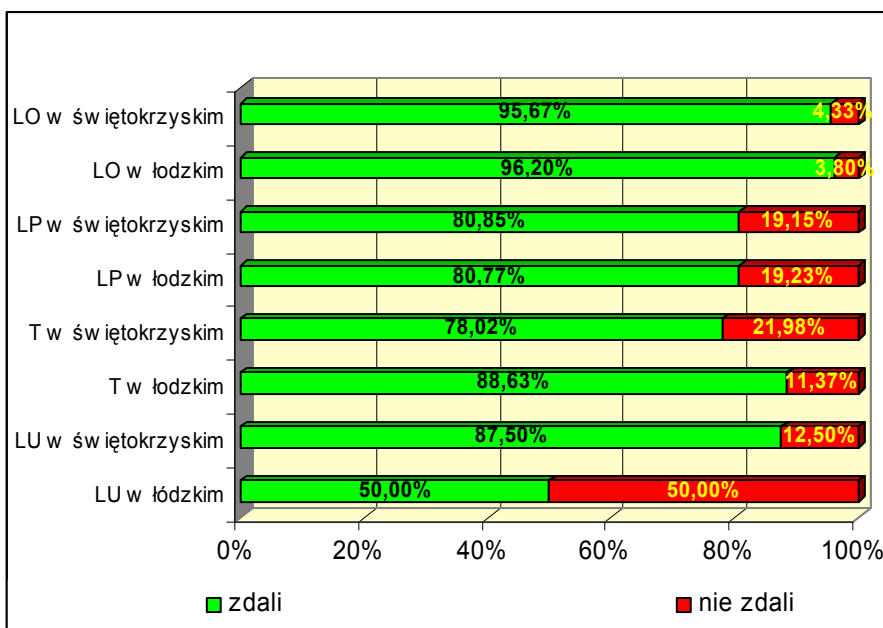


Rysunek 16. Procent osób, które nie osiągnęły progu 15 pkt dla wszystkich piszących i dla piszących egzamin jako obowiązkowy.

Procent osób, które osiągnęły minimum 30% punktów jest nieznacznie wyższy wśród osób, które wybrały matematykę jako przedmiot obowiązkowy od tego samego wskaźnika dla wszystkich zdających matematykę. Można to tłumaczyć przemyślanymi wyborami jakich dokonali zdający. Absolwenci liceów ogólnokształcących w zdecydowanej większości zdali maturę z matematyki. Jedynie 1 na 25 zdających z tej grupy nie zdał. Gorzej zdawali uczniowie techników i liceów profilowanych. Blisko 4 na 10 osób spośród absolwentów liceów uzupełniających nie zdało tego egzaminu. Wskaźniki zdawalności dla poszczególnych typów szkół województw łódzkiego i świętokrzyskiego zostały zamieszczone na rysunku 18.

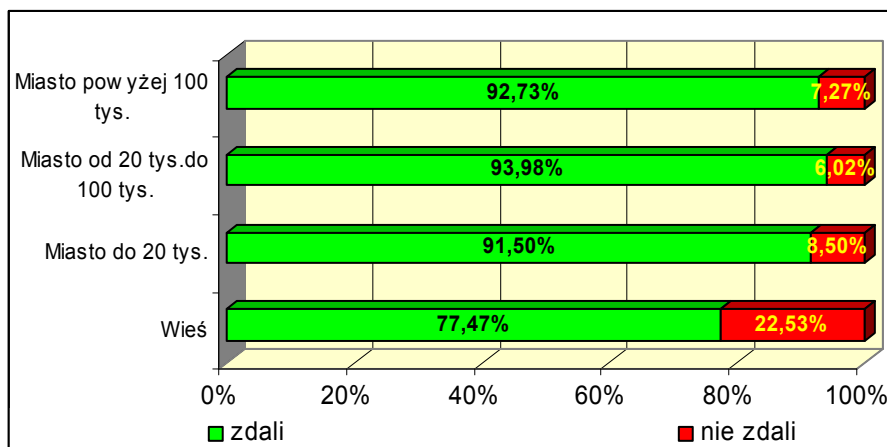


Rysunek 17. Zdawalność wśród uczniów LO, LP, T i LU.



Rysunek 18. Zdawalność wśród uczniów LO, LP, T i LU w woj. łódzkim i w woj. świętokrzyskim.

Uwzględniając położenie szkoły absolwenta można zauważyć, że największy odsetek osób, które nie zdały matematyki jest wśród uczniów szkół położonych na wsi, a najmniejszy w średnich miastach. W ubiegłym roku najmniejszy odsetek osób, które nie zdały matematyki był wśród absolwentów szkół położonych w dużych miastach.



Rysunek 19. Zdawalność ze względu na wielkość ośrodka.

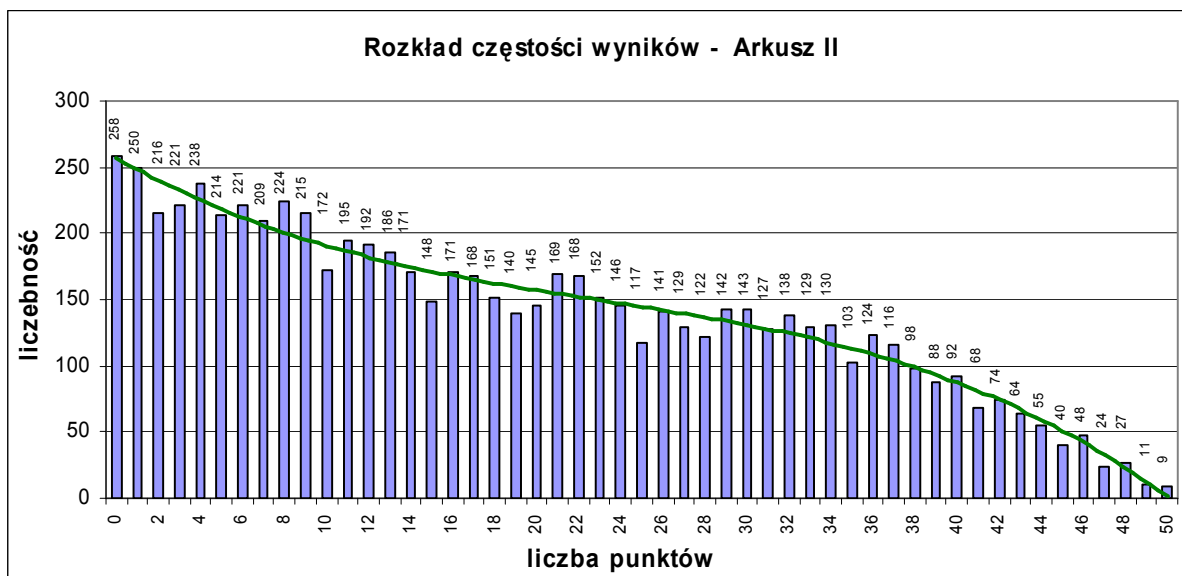
## 6. Ogólne wskaźniki statystyczne Arkusza II.

Tabela 11. Podstawowe wskaźniki statystyczne Arkusza II.

Arkusz II	
Liczba zdających	7099
Średnia	18,57
Odch. standardowe	12,98
Kurtoza	-0,96
Skośność	0,38
Mediana	17
Dominanta	0
Maksymalny wynik	50
Minimalny wynik	0
Rozstęp	50

Za rozwiązanie zadań z Arkusza II przeciętnie zdający otrzymał **18,6 pkt** na 50 możliwych. To ponad 1,5 punktu więcej niż w maju 2005 roku. Najczęściej występujący wynik to **0 pkt**. Wskaźnik ten jest szczególnie niepokojący. Ponieważ wynik z tego arkusza nie decydował o zdaniu egzaminu, więc stosunkowo duża liczba osób przystąpiła do rozwiązywania tych zadań mimo, że nie przechodzili rozszerzonego kursu matematyki w szkole. Zdobyte przez nich jakichkolwiek punktów dawało im niejednokrotnie punkty podczas rekrutacji na studia.

Odchylenie standardowe bliskie **13 pkt** wskazuje, że blisko 70% zdających uzyskało wynik w przedziale punktowym od **5** do **31 pkt**. Dodatnia skośność 0,38 świadczy o asymetrii rozkładu (rozkład prawoskośny) i przesunięciu rozkładu w kierunku wyników niskich. Co najmniej połowa piszących uzyskała **17 pkt** lub więcej. Podobnie co najmniej połowa uzyskała najwyżej **17 pkt**. Rozstęp wynosi 50 pkt, co wskazuje że wśród zdających były osoby, które osiągnęły **0 pkt**, a także osoby, które osiągnęły wynik maksymalny – **50 pkt**. Rozkład wyników jest spłaszczony w stosunku do rozkładu normalnego, o czym świadczy ujemna kurtoza.

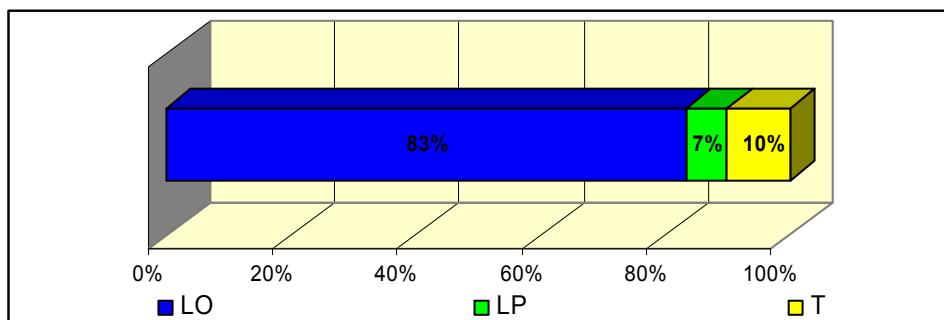


Rysunek 20. Rozkład częstości wyników Arkusza II.

Jedynie 9 osób uzyskało 50 pkt z Arkusza II. Spośród nich 1 to laureat Olimpiady Matematycznej (zwolniony z tego egzaminu). Z pozostałych 8 osób jedynie 2 uzyskały też maksymalny wynik z poziomu podstawowego.

### 8. Wyniki Arkusza II z podziałem na typ szkoły.

Spośród wszystkich osób piszących Arkusz II zdecydowaną większość (5916 osób) stanowili uczniowie LO, spośród absolwentów liceów profilowanych arkusz ten rozwiązywało 468 osób, a z techników 715 osób.



Rysunek 21. Procentowy udział uczniów LO, LP i T wśród piszących Arkusz II.

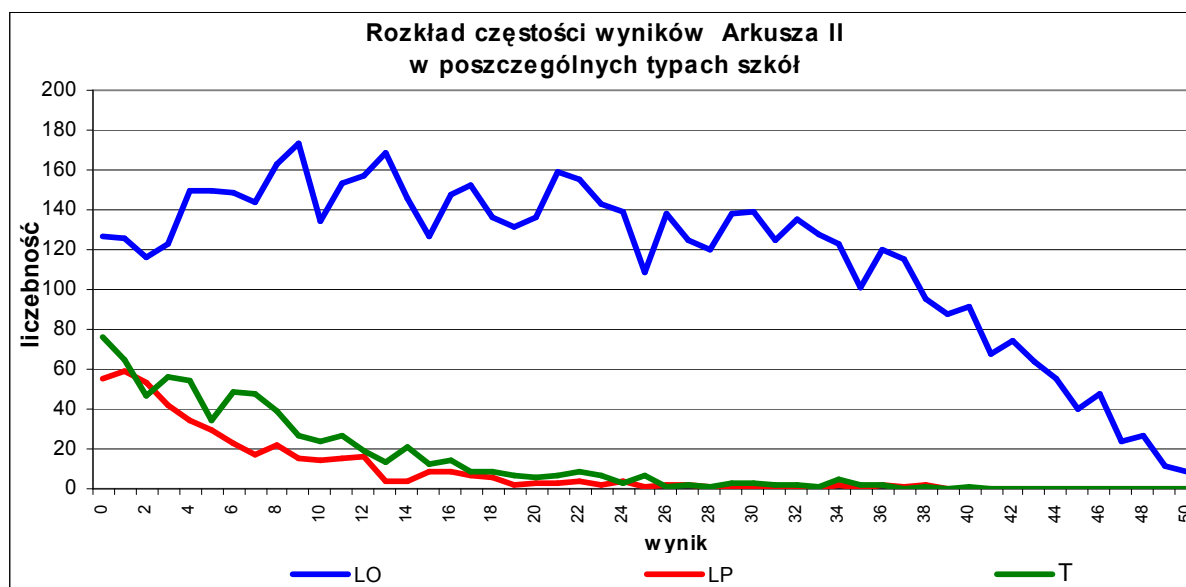
Biorąc po uwagę typ szkoły tegorocznego maturzysty należy stwierdzić, że przeciętny absolwent liceum ogólnokształcącego uzyskał wynik o 13 punktów lepszy od przeciętnego absolwenta technikum i o 14 punktów od absolwenta LP. Wyniki zebrane zostały w tabeli 12. Średni wynik uczniów LO wyniósł prawie **21 pkt**. Nikt z absolwentów techników i liceów profilowanych nie uzyskał wyniku z przedziału 40 – 50 punktów. Wśród każdej z grup znaleźli się jednak tacy, którzy nie uzyskali żadnego punktu.

Wartość odchylenia standardowego wskazuje, że typowe wyniki uczniów LO mieszczą się w przedziale 8 – 34 punktów, a uczniów liceów profilowanych i techników w przedziale 0 – 15 punktów.

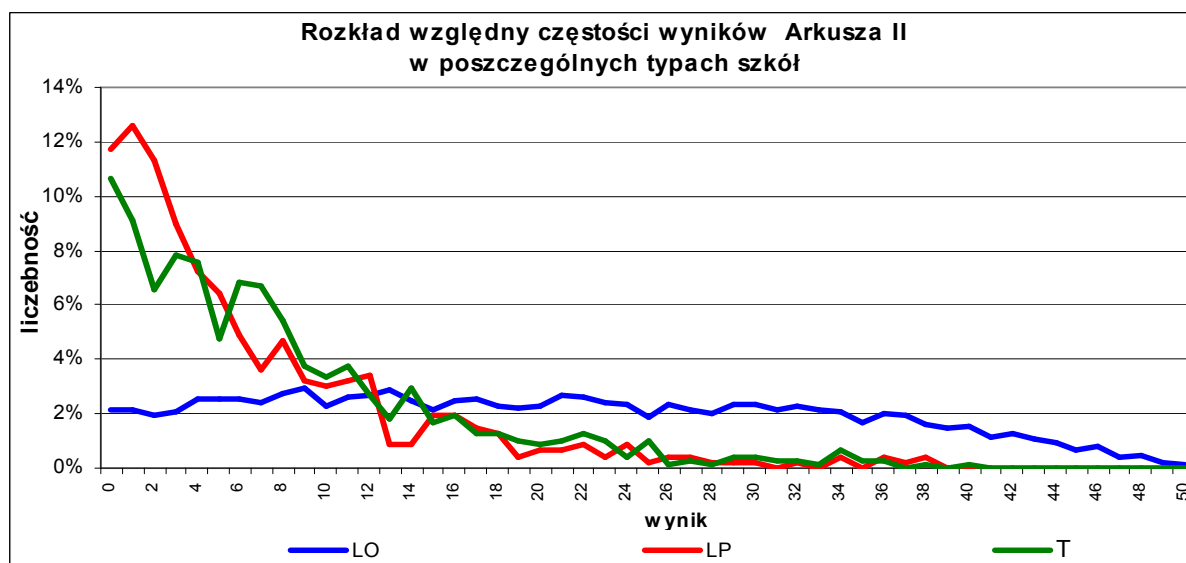
Rozkłady wyników wszystkich tych grup przedstawione są na rysunku 22. (rozkład wartości bezwzględnych) i rysunku 23. (rozkład procentowy).

Tabela 12. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II z uwzględnieniem podziału na typ szkoły.

Wskaźnik	Matematyka			
	Arkusz II (OKE)			
	ogółem	LO	LP	T
Liczebność	7099	5916	468	715
Wynik maksymalny	50	50	38	40
Wynik minimalny	0	0	0	0
Wynik średni	18,57	20,79	6,73	7,95
Odchylenie standardowe	12,98	12,70	7,31	7,65



Rysunek 22. Rozkład częstości wyników Arkusza II z podziałem na typ szkoły.

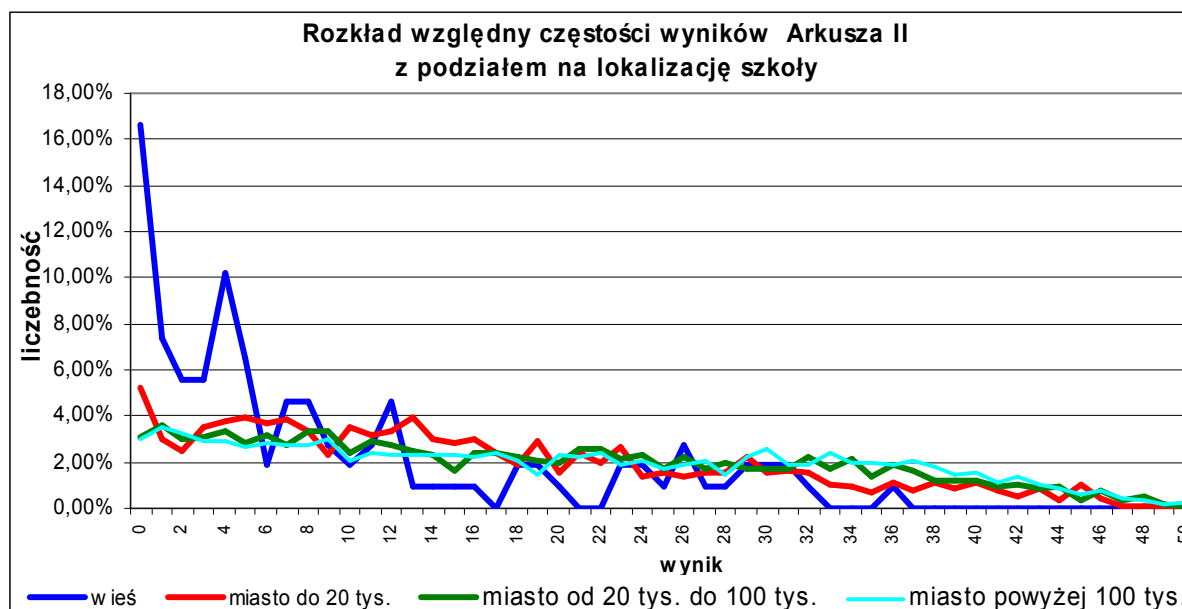


Rysunek 23. Procentowy rozkład częstości wyników Arkusza II z podziałem na typ szkoły.

## 9. Wyniki Arkusza II z podziałem na wielkość ośrodka.

Tabela 13. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II z podziałem na wielkość ośrodka.

	Wieś	Miasto do 20 tys.	Miasto od 20 tys. do 100 tys.	Miasto powyżej 100 tys.	Ogółem
Liczba zdających	108	1230	3080	2681	7099
Średnia	9,22	16,33	18,72	19,80	18,57
Odch. standardowe	9,73	12,06	12,91	13,31	12,98
Mediana	5	14	17	19	17
Dominanta	0	0	1	1	0
Maksymalny wynik	36	49	50	50	50
Minimalny wynik	0	0	0	0	0
Rozstęp	36	49	50	50	50

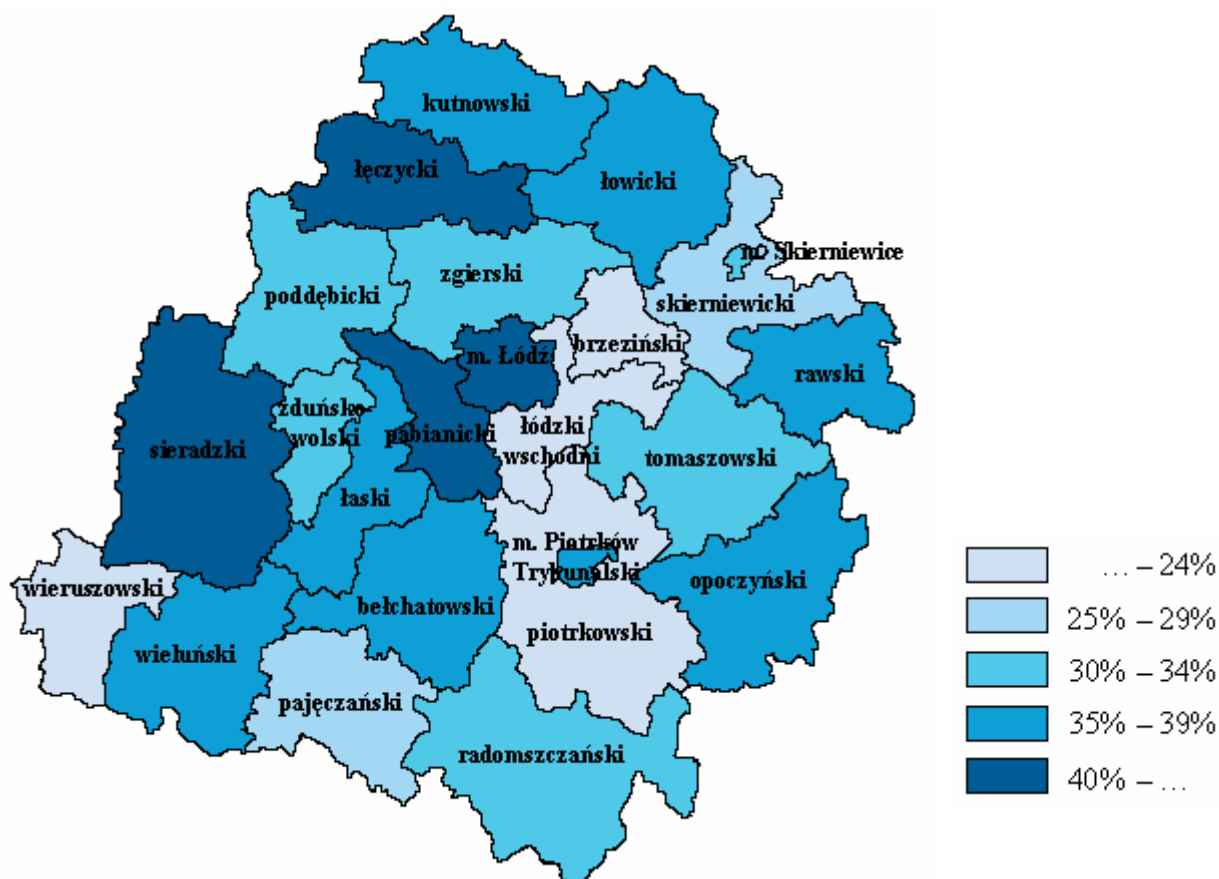


Wyniki średnie układają się w tej samej kolejności co analogiczne wyniki dla Arkusza I. Najwyższy wynik średni uzyskał statystyczny uczeń szkoły położonej w dużym mieście (powyżej 100 tys. mieszkańców), najniższy – uczeń szkoły położonej na wsi. Najwyższy wynik **50 pkt** uzyskiwali uczniowie szkół dużych i średnich miast. W małych miastach maksymalny wynik wyniósł **49 pkt**, zdający ze szkół położonych na wsiach uzyskali najwięcej **36 pkt**. We wszystkich grupach najniższy wynik wyniósł **0 pkt**. Najwyższy wynik średni uzyskał przeciętny zdający z dużego miasta – prawie **20 pkt**, o ponad punkt mniej zdający z miasta średniego, a ponad trzy punkty mniej zdający z małego miasta. Zdający ze szkoły położonej na wsi uzyskał przeciętnie **9,22 pkt**. Wyniki średnie w gminach i powiatach województw łódzkiego i świętokrzyskiego zawarte są w załącznikach zamieszczonych na końcu tego sprawozdania.

Tabela 14. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II z podziałem na wielkość ośrodka.

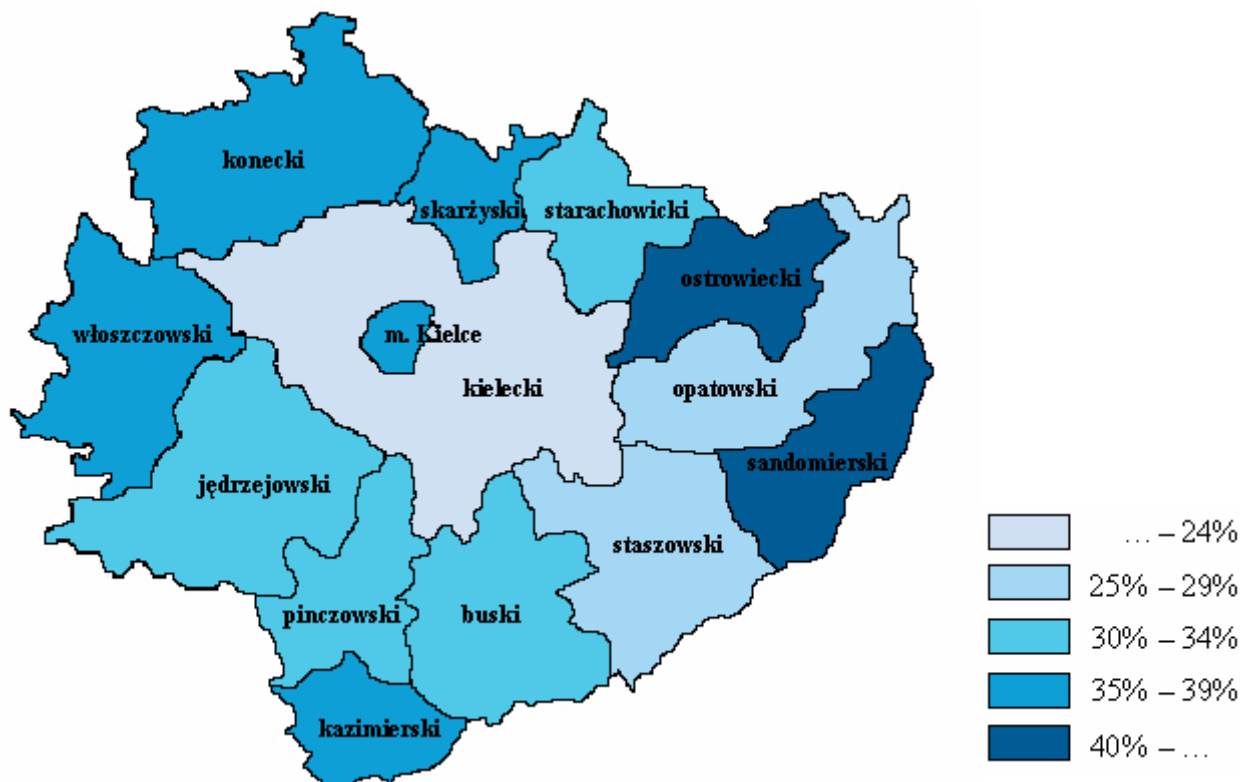
Wskaźnik	Matematyka							
	Arkusz II							
	Łódź				Kielce			
	ogółem	LO	LP	T	ogółem	LO	LP	T
Liczebność	1832	1612	117	103	819	637	94	88
Wynik maksymalny	50	50	36	27	50	50	37	25
Wynik minimalny	0	0	0	0	0	0	0	0
Wynik średni	20,54	22,40	6,42	7,50	18,05	21,61	5,86	5,32
Odchylenie standardowe	13,21	12,77	7,22	6,51	13,48	12,86	6,52	5,94

Na rysunkach 24. i 25. przedstawiono, podobnie jak dla Arkusza I, średnie wyniki Arkusza II dla powiatów województwa łódzkiego i świętokrzyskiego. Przy mapce zamieszczona jest przedziałowa skala procentowa.



Rysunek 24. Średnie wyniki Arkusza II w powiatach województwa łódzkiego.



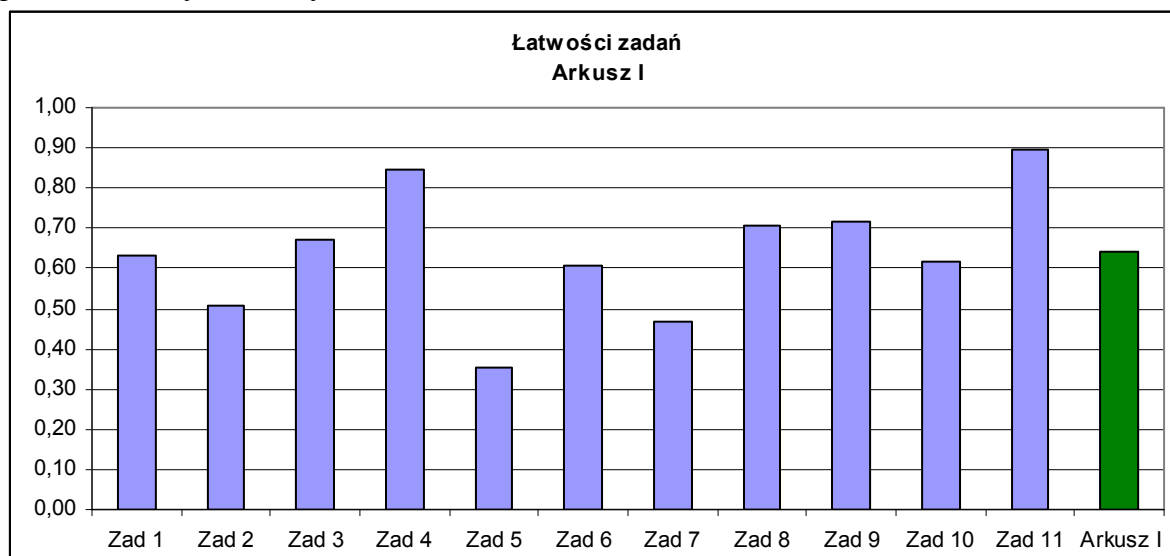


Rysunek 25. Średnie wyniki Arkusza II w powiatach województwa świętokrzyskiego.

#### IV. Analiza arkuszy egzaminacyjnych

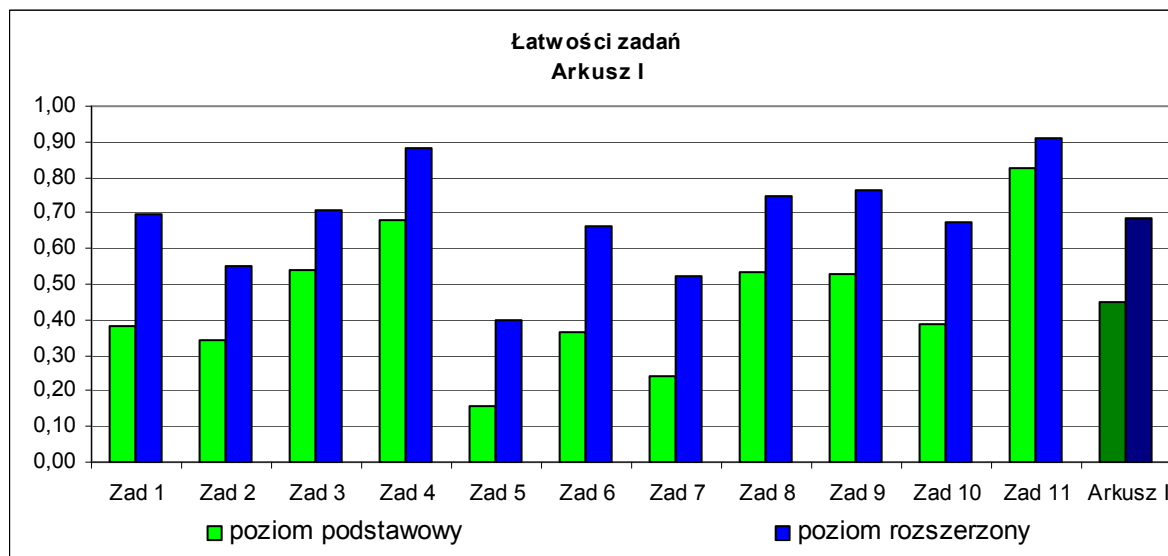
##### 1. Analiza ilościowa i jakościowa zadań Arkusza I.

Łatwość Arkusza I wyniosła 0,64 – oznacza to, że statystyczny zdający otrzymał 64% możliwych do uzyskania punktów za rozwiązanie zadań tego arkusza. W arkuszu tym zdecydowaną większość (5 z 11) stanowiły zadania umiarkowanie trudne. Zadania 5. i 7. okazały się dla zdających trudne, zadanie 4., 8. i 9. okazały się łatwe, jedynie zadanie 11. było bardzo łatwe. Nie było zadań bardzo trudnych. Porównanie łatwości zadań tego arkusza przedstawia wykres na rysunku 26.



Rysunek 26. Łatwości zadań Arkusza I.

Gdy uwzględnimy populację piszących poziom podstawowy i poziom rozszerzony okazuje się, że Arkusz I był dla pierwszej z tych grup trudny, a dla drugiej umiarkowanie trudny. Największe różnice dotyczą zadań: 1., 5., 6., i 7., a najmniejsze 3. i 11.



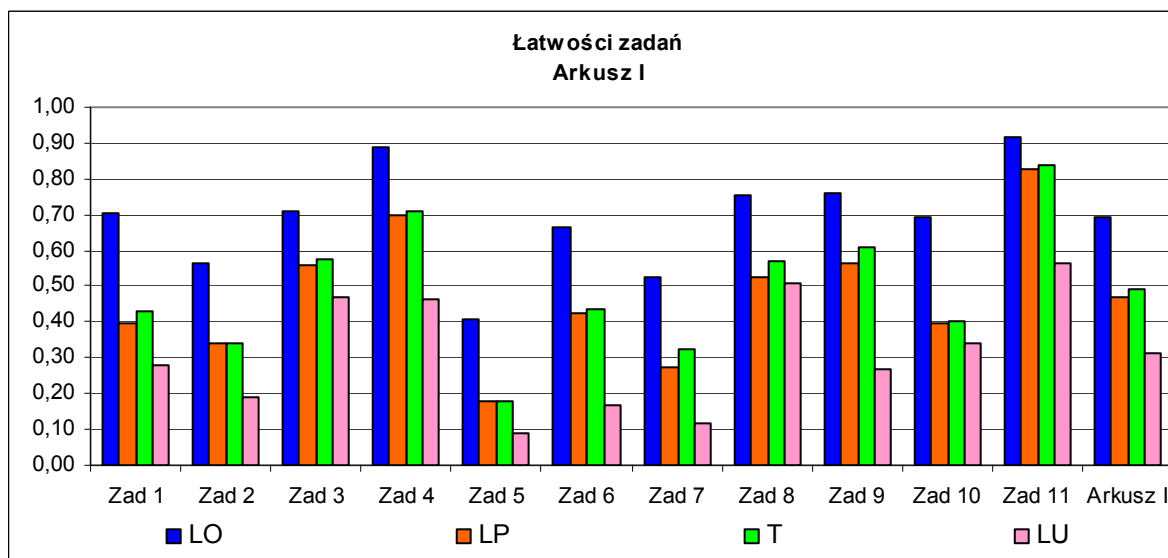
Rysunek 27. Łatwości zadań Arkusza I dla poziomu podstawowego i rozszerzonego.

W tabeli 15. zestawione zostały zadania ze względu na ich stopień łatwości dla wszystkich piszących.

Tabela 15. Podział zadań Arkusza I ze względu na łatwość.

Łatwość	Interpretacja łatwości	Numer zadania	Liczba zadań	% ogółu
0,00 – 0,19	bardzo trudne (BT)	-	0	0
0,20 – 0,49	trudne (T)	5, 7	2	18
0,50 – 0,69	umiarkowanie trudne (UT)	1,2,3,6,10	5	45
0,70 – 0,89	łatwe (Ł)	4,8,9	3	27
0,90 – 1,00	bardzo łatwe (BŁ)	11	1	9

Zróznicowanie stopnia trudności poszczególnych zadań z Arkusza I przedstawia rysunek 28.



Rysunek 28. Łatwości zadań Arkusza I dla poszczególnych typów szkół.

## 2. Szczegółowa analiza zadań Arkusza I.

Szczegółowa analiza jakościowa każdego z zadań tegorocznego egzaminu maturalnego z matematyki została opracowana przez koordynatora krajowego egzaminu maturalnego z matematyki we współpracy z koordynatorami okręgowymi. Dostępna jest na stronie Centralnej Komisji Egzaminacyjnej ([www.cke.edu.pl](http://www.cke.edu.pl)). W niniejszym sprawozdaniu zamieszczone zostały m.in. wskaźniki statystyczne poszczególnych zadań dotyczące zdających z okręgu łódzkiego i porównane zostały łatwości zadań w naszym okręgu z łatwościami krajowymi.

### Zadanie 1. (3 pkt)

#### Treść zadania:

Dane są zbiory:  $A = \{x \in R : |x - 4| \geq 7\}$ ,  $B = \{x \in R : x^2 > 0\}$ .

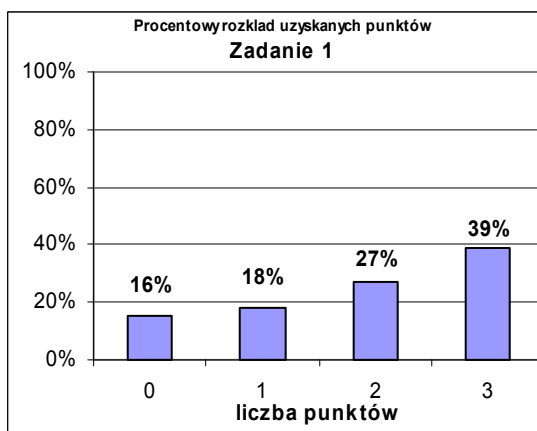
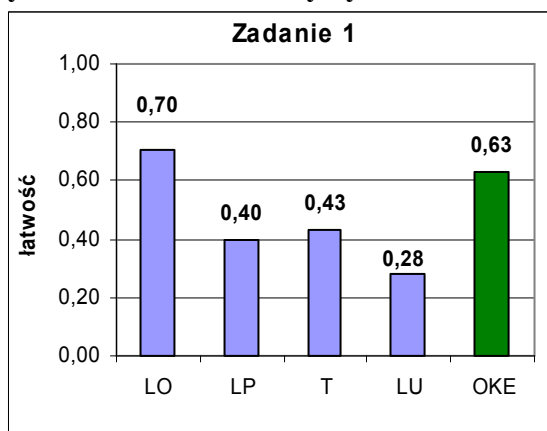
Zaznacz na osi liczbowej:

- zbiór  $A$ ,
- zbiór  $B$ ,
- zbiór  $C = B \setminus A$ .

#### Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):

- zaznaczania na osi liczbowej zbioru opisanego za pomocą nierówności z wartością bezwzględną,
- zaznaczania na osi liczbowej zbioru rozwiązań nierówności kwadratowej,
- wyznaczania różnicy zbiorów i zaznaczania jej na osi liczbowej.

#### Wybrane wskaźniki statystyczne:



Łatwość tego zadania w kraju wyniosła 0,62. Zadanie okazało się umiarkowanie trudne, dla absolwentów LO było ono łatwe, a dla pozostałych 3 grup absolwentów – trudne.

Najczęściej uzyskiwano pełną liczbę punktów za jego rozwiązanie.

### Zadanie 2. (3 pkt)

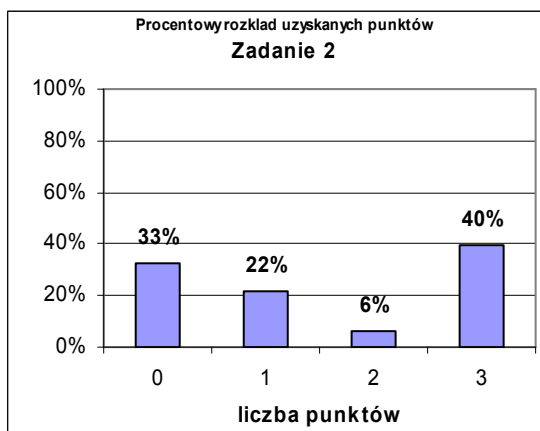
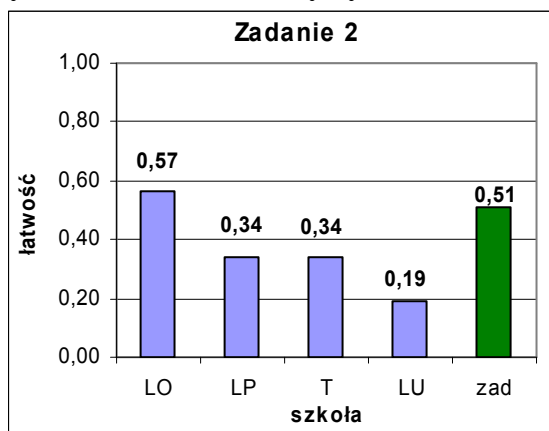
#### Treść zadania:

W wycieczce szkolnej bierze udział 16 uczniów, wśród których tylko czworo zna okolicę. Wychowawca chce wybrać w sposób losowy 3 osoby, które mają pójść do sklepu. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród wybranych trzech osób będą dokładnie dwie znające okolicę.

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- poprawnego zbudowania modelu matematycznego,
- obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia losowego.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość tego zadania w kraju wyniosła 0,52. Zadanie to, podobnie jak zadanie 1, okazało się umiarkowanie trudne. Dla absolwentów LU okazało się wręcz bardzo trudne. Najczęściej w całości rozwiązywane, ale też 1/3 zdających otrzymała 0 punktów za jego rozwiązanie.

**Zadanie 3. (5 pkt)**

**Treść zadania:**

Kostka masła produkowanego przez pewien zakład mleczarski ma nominalną masę 20 dag. W czasie kontroli zakładu zważono 150 losowo wybranych kostek masła. Wyniki badań przedstawiono w tabeli.

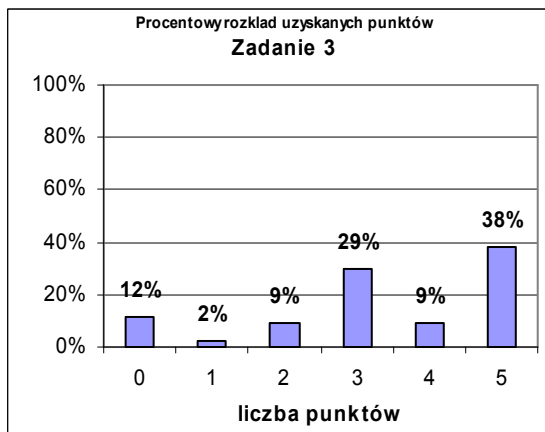
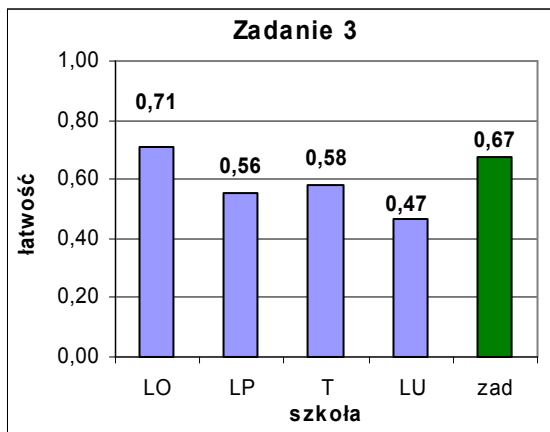
Masa kostki masła ( w dag )	16	18	19	20	21	22
Liczba kostek masła	1	15	24	68	26	16

- Na podstawie danych przedstawionych w tabeli oblicz średnią arytmetyczną oraz odchylenie standardowe masy kostki masła.
- Kontrola wypada pozytywnie, jeśli średnia masa kostki masła jest równa masie nominalnej i odchylenie standardowe nie przekracza 1 dag. Czy kontrola zakładu wypadła pozytywnie? Odpowiedź uzasadnij.

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- obliczania średniej arytmetycznej danego zbioru,
- obliczania odchylenia standardowego danej próby,
- stosowania definicji średniej ważonej oraz odchylenia standardowego z danej próby,
- ocenienia przydatności otrzymanych wyników i napisania odpowiedzi na postawione pytanie.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość zadania 0,68 na terenie kraju lokuje je wśród zadań umiarkowanie trudnych. Jedynie dla uczniów LO okazało się łatwe. Wśród rozwiązujących to zadanie najwięcej było osób, które je poprawnie rozwiązały.

**Zadanie 4. (4 pkt)**

**Treść zadania:**

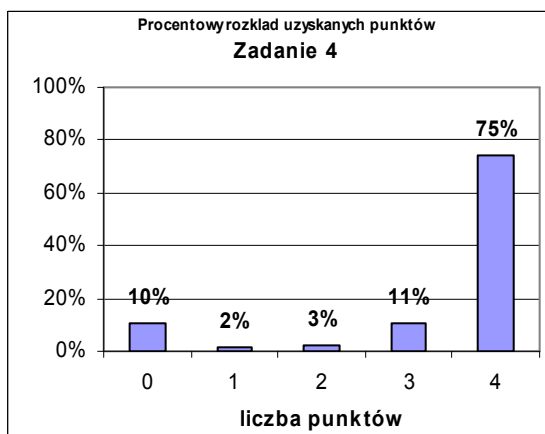
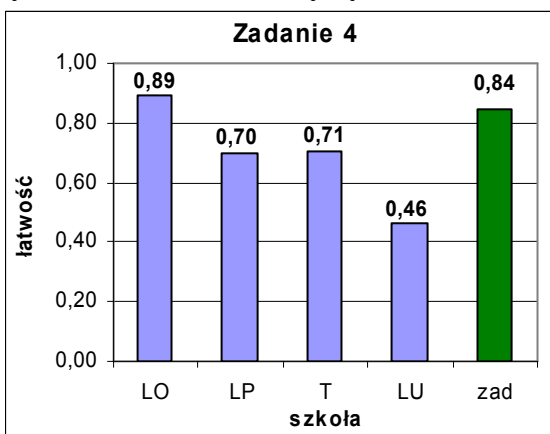
Dany jest rosnący ciąg geometryczny, w którym  $a_1 = 12$ ,  $a_3 = 27$ .

- Wyznacz iloraz tego ciągu.
- Zapisz wzór, na podstawie którego można obliczyć wyraz  $a_n$ , dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .
- Oblicz wyraz  $a_6$ .

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- wyznaczania ilorazu ciągu geometrycznego z wykorzystaniem informacji o jego monotoniczności,
- zapisywania wzoru na  $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego,
- wykonywania działań na liczbach rzeczywistych.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość zadania w kraju wyniosła 0,84, dokładnie tak jak na terenie OKE w Łodzi. Zadanie to jest jednym z 3 zadań łatwych Arkusza I. Tylko dla uczniów LU okazało się zadaniem trudnym. Zdecydowanie dominują pełne rozwiązania tego zadania.

**Zadanie 5. (3 pkt)**

**Treść zadania:**

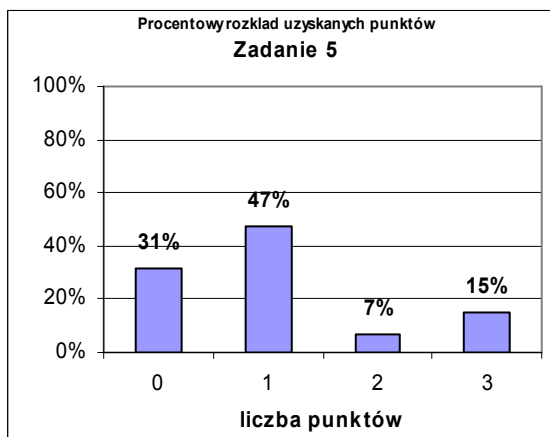
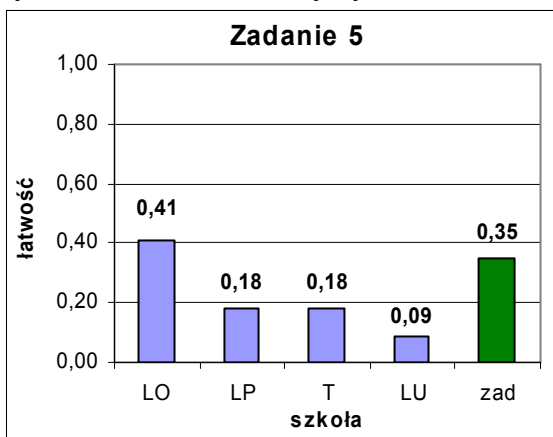
Wiedząc, że  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ ,  $\sin \alpha < 0$  oraz  $4 \operatorname{tg} \alpha = 3 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha$

- oblicz  $\operatorname{tg} \alpha$ ,
- zaznacz w układzie współrzędnych kąt  $\alpha$  i podaj współrzędne dowolnego punktu, różnego od początku układu współrzędnych, który leży na końcowym ramieniu tego kąta.

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta,
- dobrania odpowiedniego algorytmu do wskazanej sytuacji problemowej i ocenienia przydatności otrzymanego wyniku,
- podania współrzędnych punktu leżącego na końcowym ramieniu kąta.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**

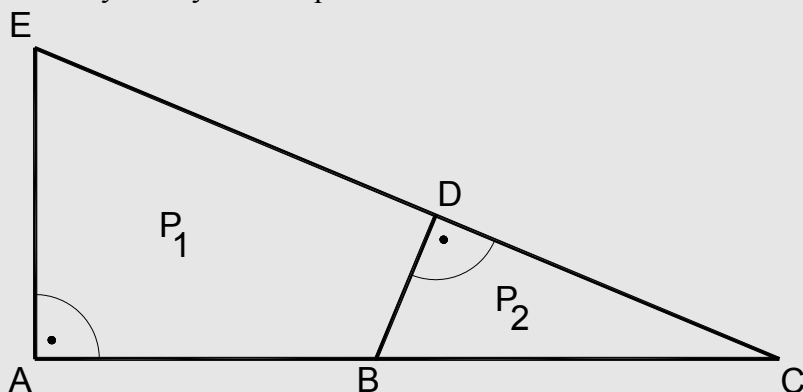


Łatwość zadania w kraju wyniosła 0,35, i podobnie jak w zadaniu poprzednim, jest identyczna jak w OKE w Łodzi. Zadanie to okazało się najtrudniejszym zadaniem Arkusza I, choć należy je zaliczyć do grupy zadań trudnych, a dla absolwentów LP, T i LU zadanie było nawet bardzo trudne. Blisko 1/3 piszących nie otrzymała żadnego punktu za to zadanie, a najczęściej (prawie połowa piszących) otrzymała 1 punkt. Uczniowie na ogół poprawnie obliczali jedynie wartość  $\operatorname{tg} \alpha$ , nie potrafili jednak w znacznej większości poprawnie zaznaczyć końcowego ramienia kąta skierowanego.

**Zadanie 6. (7 pkt)**

**Treść zadania:**

Państwo Nowakowie przeznaczyci 26000 zł na zakup działki. Do jednej z ofert dołączono rysunek dwóch przylegających do siebie działek w skali 1:1000. Jeden metr kwadratowy gruntu w tej ofercie kosztuje 35 zł. Oblicz, czy przeznaczona przez państwa Nowaków kwota wystarczy na zakup działki  $P_2$ .

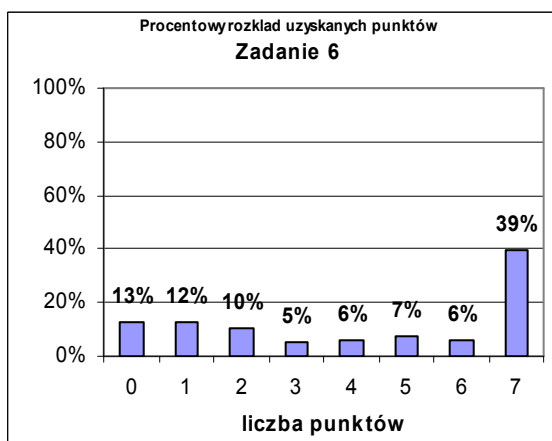
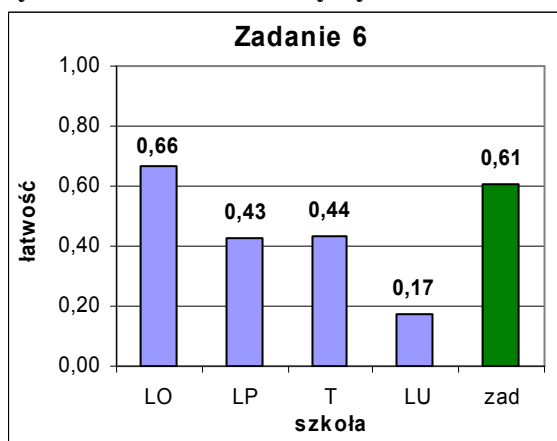


$$\begin{aligned} |AE| &= 5 \text{ cm}, \\ |EC| &= 13 \text{ cm}, \\ |BC| &= 6,5 \text{ cm}. \end{aligned}$$

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- zastosowania pojęcia skali do obliczenia rzeczywistych długości podanych odcinków,
- zamieniania jednostek długości,
- zastosowania twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości jednego z boków trójkąta,
- obliczania pola trójkąta prostokątnego,
- wykorzystania podobieństwa trójkątów do wyznaczenia skali podobieństwa,
- obliczania pola trójkąta z wykorzystaniem podobieństwa,
- porównywanie liczb wymiernych.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**

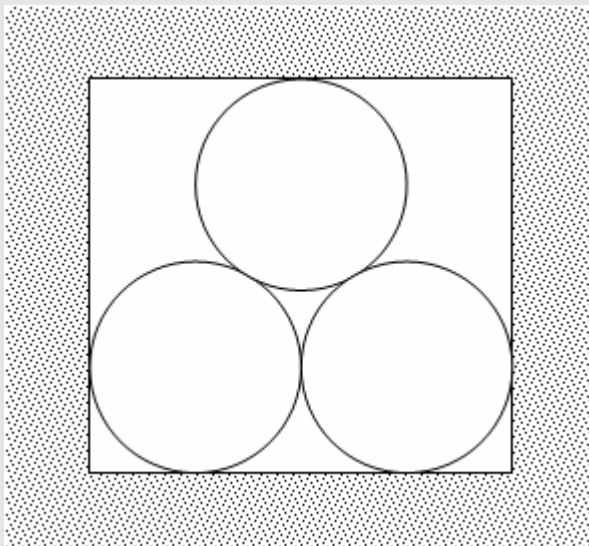


Zadanie to było umiarkowanie trudne. Łatwość w kraju była o 0,02 wyższa od łatwości w naszym okręgu i wyniosła 0,63. Występuje duża rozpiętość wskaźnika łatwości dla poszczególnych grup zdających. Dla uczniów LO zadanie było umiarkowanie trudne, dla uczniów z LP i T – trudne, a dla uczniów z LU – bardzo trudne. Najczęściej uzyskiwano za jego rozwiązanie pełną liczbę punktów.

**Zadanie 7. (5 pkt)**

**Treść zadania:**

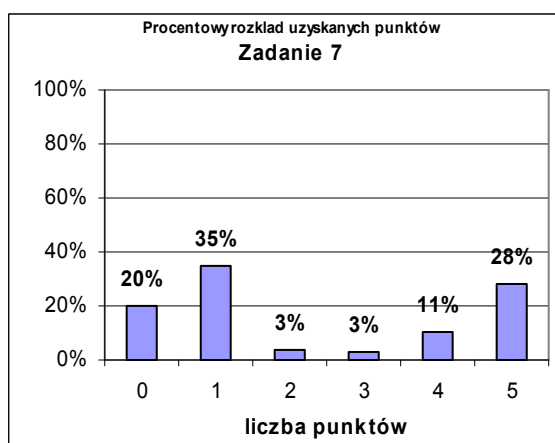
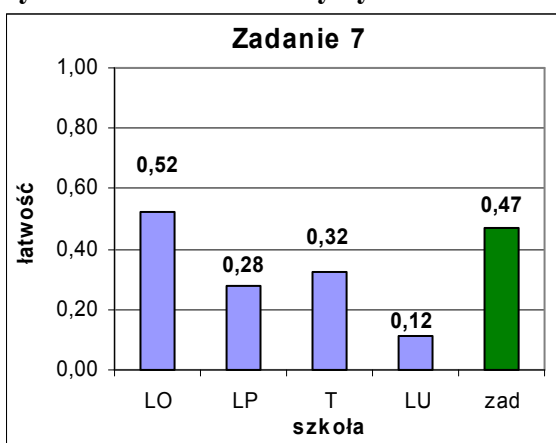
Szkic przedstawia kanał ciepłowniczy, którego przekrój poprzeczny jest prostokątem. Wewnątrz kanału znajduje się rurociąg składający się z trzech rur, każda o średnicy zewnętrznej 1 m. Oblicz wysokość i szerokość kanału ciepłowniczego. Wysokość zaokrąglaj do 0,01 m.



**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- budowania opisu matematycznego danej sytuacji praktycznej,
- wyznaczania wysokości trójkąta równobocznego,
- obliczania szerokości i wysokości figury opisanej w zadaniu,
- podania wyniku z zadaniem przybliżeniem.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość zadania 7 w okręgu łódzkim jest niższa od łatwości w kraju, która wynosi 0,49. Jest to więc zadanie trudne, jedno z dwóch najtrudniejszych zadań egzaminu na poziomie podstawowym. Najczęściej piszący zdobywali 1 punkt za poprawne obliczenie szerokości kanału. Wymagało to jedynie poprawnego zinterpretowania tego wymiaru (wykorzystanie warunku zewnętrznej styczności okręgów). Mimo to aż 1/5 zdających nie otrzymała żadnego punktu za rozwiązanie tego zadania.



### Zadanie 8. (5 pkt)

#### Treść zadania:

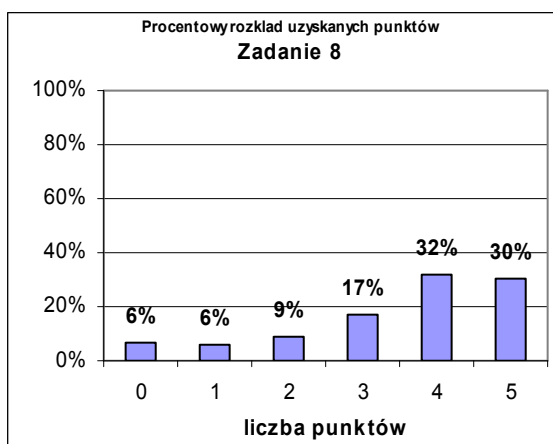
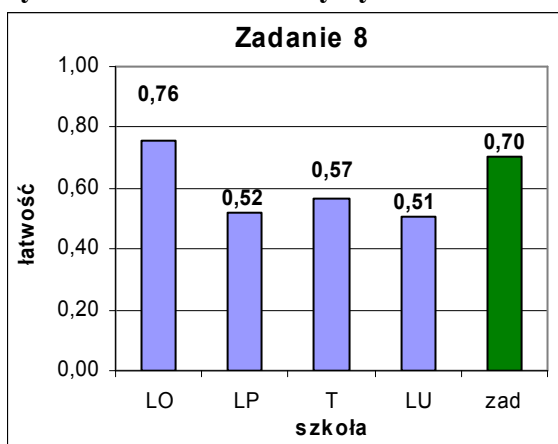
Dana jest funkcja  $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ .

- Naszkiej wykres funkcji  $f$  i podaj jej zbiór wartości.
- Podaj rozwiązanie nierówności  $f(x) \geq 0$ .

#### Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):

- obliczania miejsc zerowych funkcji,
- obliczania współrzędnych wierzchołka paraboli,
- przetwarzania informacji przedstawionych w postaci wzoru na postać graficzną,
- zapisania zbioru wartości funkcji,
- zapisania zbioru rozwiązań nierówności kwadratowej.

#### Wybrane wskaźniki statystyczne:



Łatwość zadania w kraju, a także w naszym okręgu wyniosła 0,70. Zadanie okazało się łatwe. Dla uczniów LP, T i LU – umiarkowanie trudne. Najczęściej uzyskiwano za jego rozwiązanie 4 punkty. Wśród osób, które rozwiązywały to zadanie najtrudniejsze okazało się ustalenie zbioru wartości funkcji.

### Zadanie 9. (6 pkt)

#### Treść zadania:

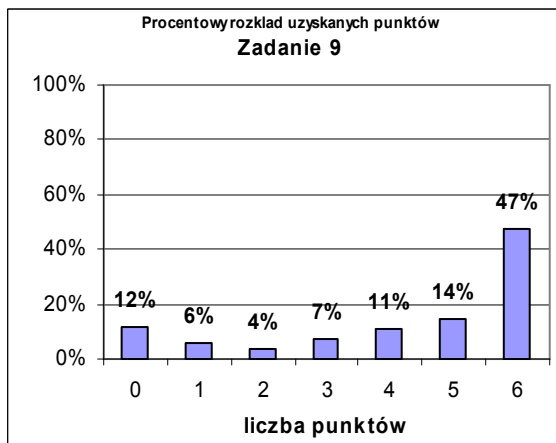
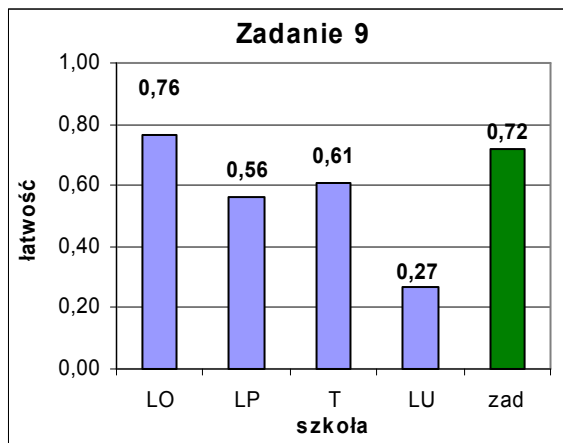
Dach wieży ma kształt powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, którego krawędź podstawy ma długość 4 m. Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $60^\circ$ .

- Sporządź pomocniczy rysunek i zaznacz na nim podane w zadaniu wielkości.
- Oblicz, ile sztuk dachówek należy kupić, aby pokryć ten dach, wiedząc, że do pokrycia  $1 \text{ m}^2$  potrzebne są 24 dachówki. Przy zakupie należy doliczyć 8% dachówek na zapas.

#### Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):

- sporządzenia rysunku ostrosłupa prawidłowego czworokątnego i zaznaczenia kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy,
- wykorzystania funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym do obliczenia długości przeciwprostokątnej oraz obliczania pola powierzchni bocznej ostrosłupa,
- doboru odpowiedniego algorytmu do wskazanej sytuacji praktycznej i ocenienia przydatności otrzymanego wyniku,
- obliczania procentu z danej liczby.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość zadania w kraju wyniosła 0,73, w naszym okręgu o 0,01 mniej. Najłatwiejsze zadanie z grupy zadań łatwych. Dla absolwentów LU zadanie było trudne, a dla absolwentów LP i T – umiarkowanie trudne. Prawie połowa zdających uzyskała pełną liczbę punktów za jego rozwiązanie.

**Zadanie 10. (6 pkt)**

**Treść zadania:**

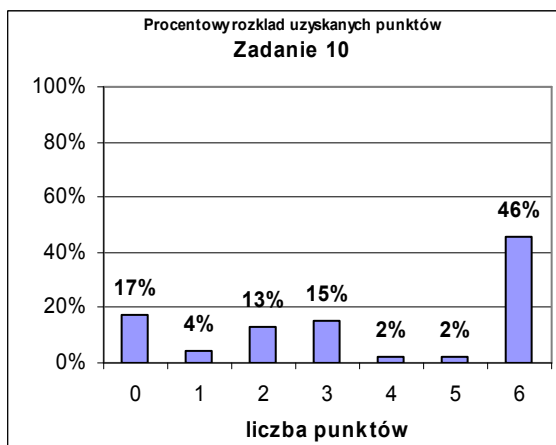
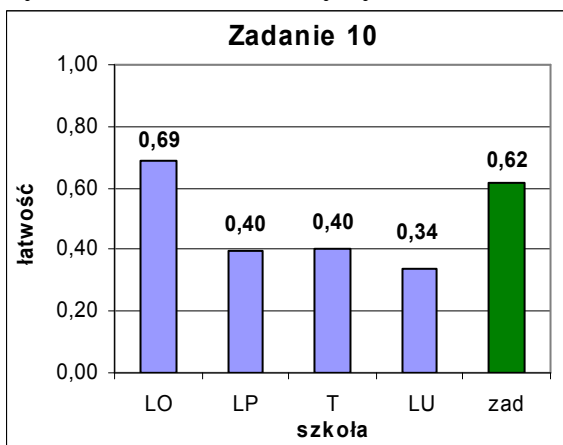
Liczby 3 i  $-1$  są pierwiastkami wielomianu  $W(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 30$ .

- Wyznacz wartości współczynników  $a$  i  $b$ .
- Oblicz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- posługiwania się definicją pierwiastka wielomianu,
- rozwiązywania układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- stosowania twierdzenia Bézouta,
- dzielenia wielomianu przez wielomian,
- rozwiązywania równań liniowych.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Zadanie z grupy zadań umiarkowanie trudnych. Łatwość zadania w kraju wyniosła 0,61. Najczęściej zdający otrzymywali za jego rozwiązanie maksymalną liczbę 6 punktów, ale jednocześnie 17% nie otrzymało żadnego punktu.

**Zadanie 11. (3 pkt)****Treść zadania:**

Sumę  $S = \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{3}{301 \cdot 304} + \frac{3}{304 \cdot 307}$  można obliczyć w następujący sposób:

a) sumę  $S$  zapisujemy w postaci

$$S = \frac{4-1}{4 \cdot 1} + \frac{7-4}{7 \cdot 4} + \frac{10-7}{10 \cdot 7} + \dots + \frac{304-301}{304 \cdot 301} + \frac{307-304}{307 \cdot 304}$$

b) każdy składnik tej sumy przedstawiamy jako różnicę ułamków

$$S = \left( \frac{4}{4 \cdot 1} - \frac{1}{4 \cdot 1} \right) + \left( \frac{7}{7 \cdot 4} - \frac{4}{7 \cdot 4} \right) + \left( \frac{10}{10 \cdot 7} - \frac{7}{10 \cdot 7} \right) + \dots + \left( \frac{304}{304 \cdot 301} - \frac{301}{304 \cdot 301} \right) + \left( \frac{307}{307 \cdot 304} - \frac{304}{307 \cdot 304} \right)$$

$$\text{stad } S = \left( 1 - \frac{1}{4} \right) + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right) + \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) + \dots + \left( \frac{1}{301} - \frac{1}{304} \right) + \left( \frac{1}{304} - \frac{1}{307} \right)$$

$$\text{więc } S = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{301} - \frac{1}{304} + \frac{1}{304} - \frac{1}{307}$$

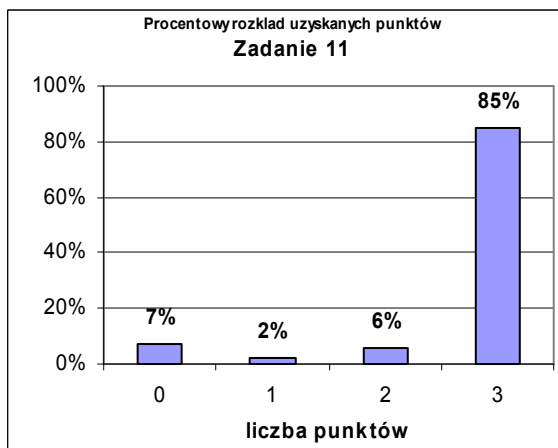
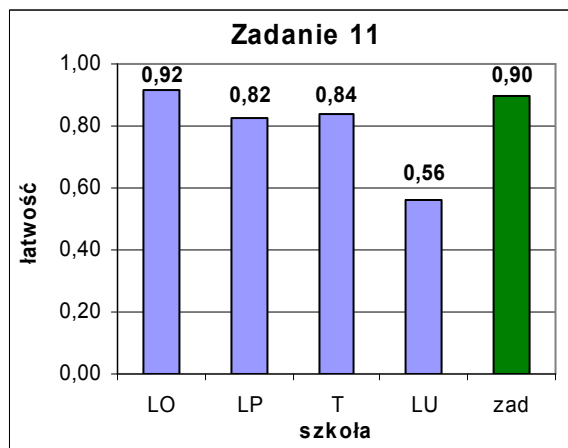
c) obliczamy sumę, redukując parami wyrazy sąsiednie, poza pierwszym

$$\text{i ostatnim } S = 1 - \frac{1}{307} = \frac{306}{307}.$$

Postępując w analogiczny sposób, oblicz sumę  $S_1 = \frac{4}{1 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 9} + \frac{4}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{4}{281 \cdot 285}$ .

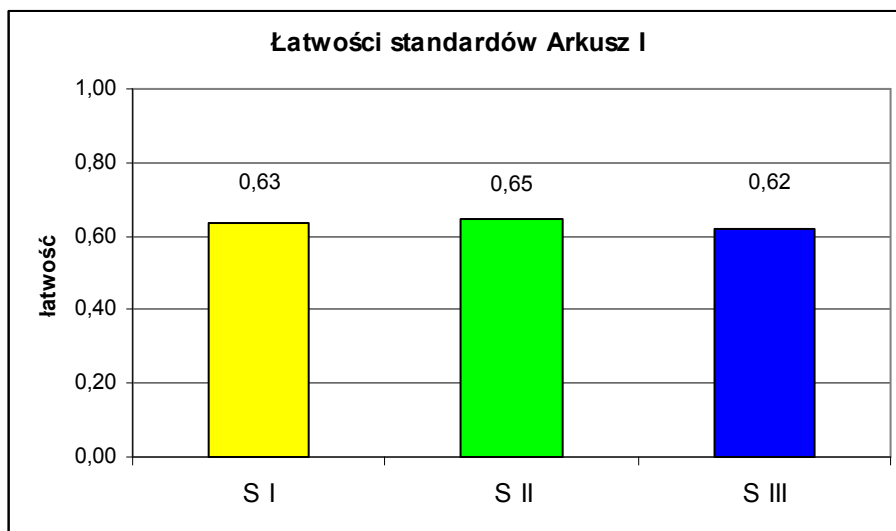
**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- stosowania przedstawionego algorytmu do rozwiązania problemu.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**

Zadanie to było najłatwiejszym zadaniem tegorocznego egzaminu. Jedynie dla uczniów z LU należy je zaliczyć do zadań umiarkowanie trudnych. Dla pozostałych było to zadanie łatwe (uczniowie z LP i T) albo bardzo łatwe (uczniowie LO). Aż 85% zdających otrzymało maksymalną liczbę punktów za jego rozwiązanie. Należy zwrócić uwagę, że zadanie to badało umiejętność zastosowania podanego na przykładzie algorytmu w rozwiązaniu analogicznego problemu. Z tą umiejętnością uczniowie podobnie jak rok temu radzą sobie bardzo dobrze.

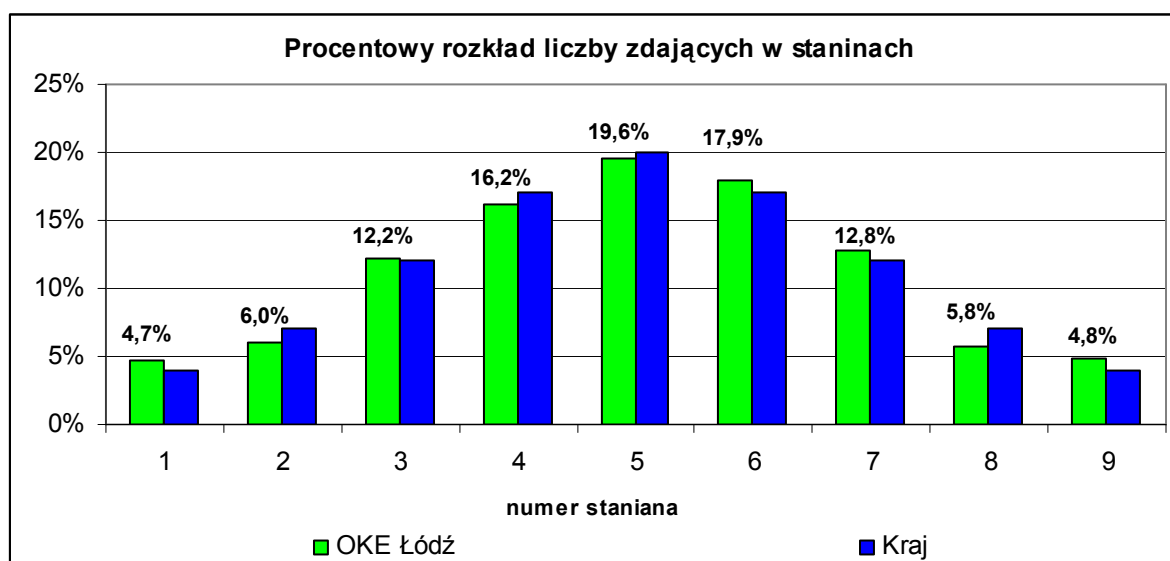
### 3. Łatwości standardów - Arkusz I.



Rysunek 28. Łatwości standardów dla Arkusza I.

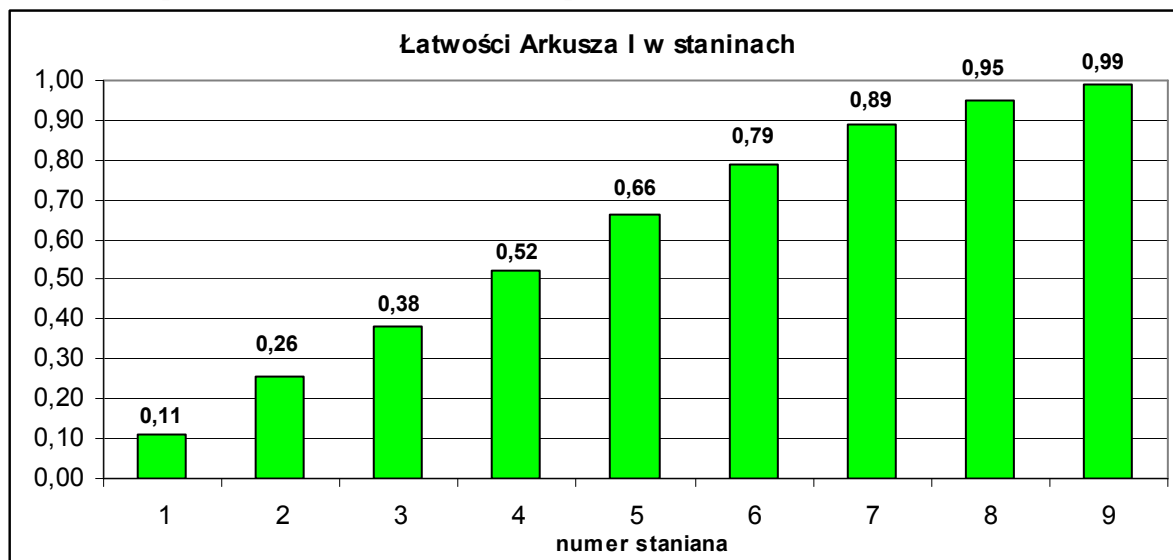
Łatwości w obrębie poszczególnych standardów są do siebie bardzo zbliżone. Najłatwiejsze okazały się umiejętności z zakresu II standardu wymagań (korzystanie z informacji), mniejsze i prawie jednakowe łatwości można zauważyć dla ogółu umiejętności objętych I lub III standardem.

Informacja o surowym wyniku zdającego na ogół nie pokazuje jaka jest relacja tego wyniku do wyników innych zdających. W tym celu stosuje się tzw. skale standardowe. Jedną z nich jest skala staninowa. Jest to skala 9-stopniowa. Dokładne objaśnienie skali można znaleźć np. na stronie internetowej OKE w Łodzi w zakładce *egzamin maturalny/raporty/raport-matura 2006*. Na końcu raportu zamieszczony jest słowniczek najpotrzebniejszych terminów statystycznych, których znajomość jest niezbędna do poprawnej analizy przedstawionych w tym sprawozdaniu danych. Na rysunku 29. przedstawione zostały odsetki zdających z terenu naszej komisji w poszczególnych staninach w porównaniu z wartościami standardowymi.



Rysunek 29. Procentowy rozkład liczby piszących Arkusz I w poszczególnych staninach.

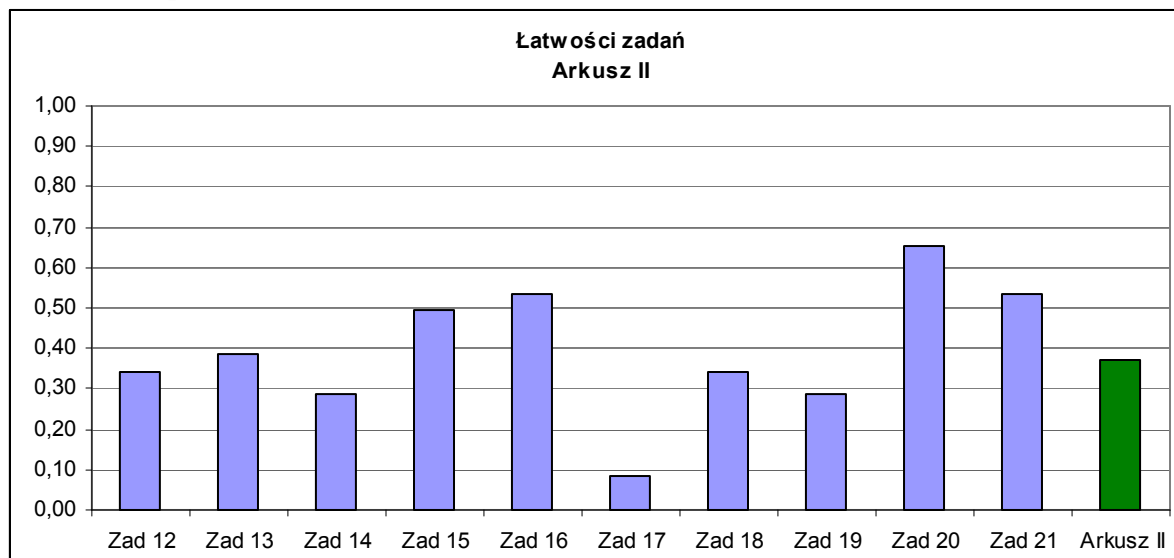
Rysunek 30. pokazuje łatwości Arkusza I w poszczególnych staninach.



Rysunek 30. Łatwości Arkusza I w staninach.

#### 4. Analiza ilościowa i jakościowa zadań Arkusza II.

Łatwość Arkusza II wyniosła 0,37. Egzamin na poziomie rozszerzonym należy więc zaliczyć do trudnych. Aż 3/5 zadań tego arkusza było bardzo trudnych bądź trudnych. Łatwości zadań tego arkusza przedstawione są na wykresie (rysunek 31.).

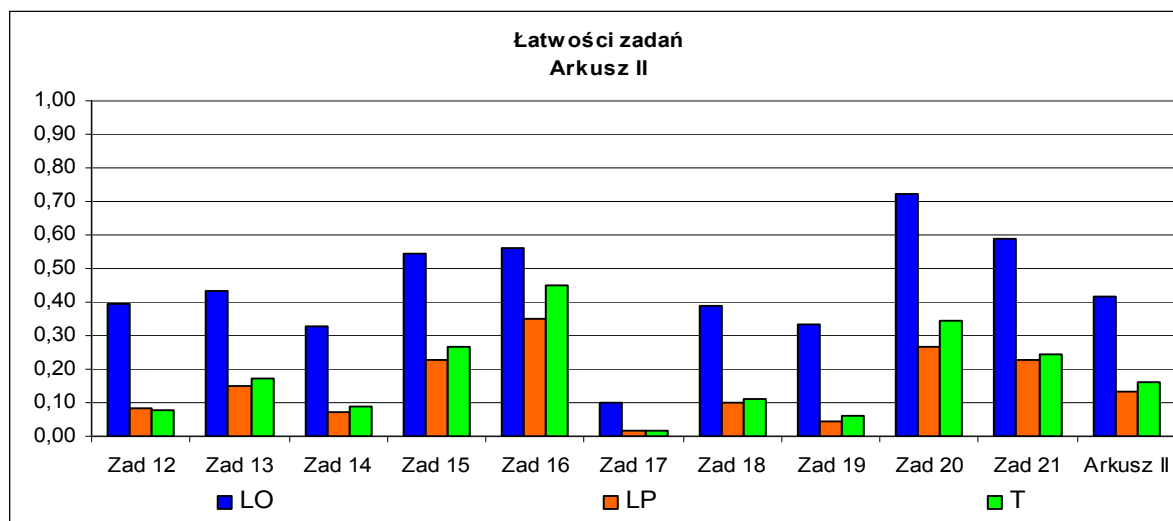


Rysunek 31. Łatwości zadań Arkusza II.

W tabeli 15. zestawione zostały zadania ze względu na ich stopień łatwości. Jak widać w arkuszu nie było zadań bardzo łatwych, ani zadań łatwych. Jedynie zadanie 17. było bardzo trudne. Pozostałe 9 zadań to zadania trudne lub umiarkowanie trudne. Podobnie jak zadania Arkusza I tak i zadania tego Arkusza okazały się łatwiejsze dla absolwentów liceów ogólnokształcących niż dla absolwentów liceów profilowanych czy techników. Łatwości zadań dla każdej z tych grup podane są zbiorczo na rysunku 32., a dodatkowo znajdują się przy każdym zadaniu omawianym w dalszej części tego sprawozdania.

Tabela 15. Podział zadań Arkusza II ze względu na łatwość.

Łatwość	Interpretacja łatwości	Numer zadania	Liczba zadań	% ogółu
0,00 – 0,19	bardzo trudne (BT)	17	1	10
0,20 – 0,49	trudne (T)	12, 13, 14, 18, 19	5	50
0,50 – 0,69	umiarkowanie trudne (UT)	15, 16, 20, 21	4	40
0,70 – 0,89	łatwe (Ł)	-	0	0
0,90 – 1,00	bardzo łatwe (BŁ)	-	0	0

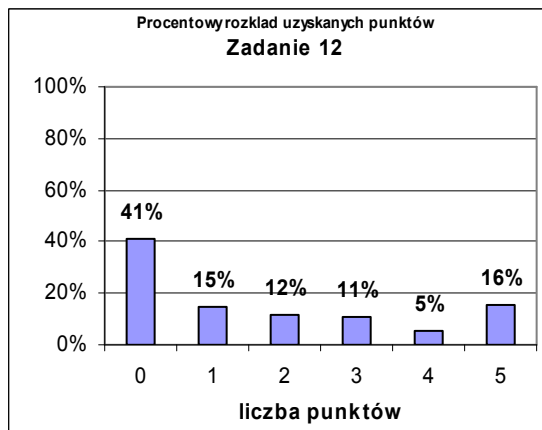
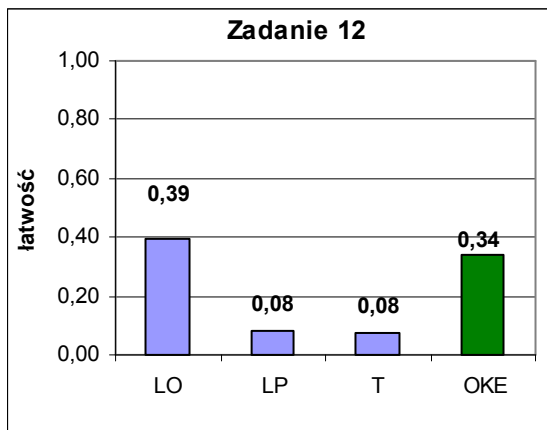


Rysunek 32. Łatwości zadań Arkusza II dla poszczególnych typów szkół.

## 5. Szczegółowa analiza zadań Arkusza II.

<b>Zadanie 12. (5 pkt)</b>
<p><b>Treść zadania:</b> Korzystając z zasady indukcji matematycznej wykaż, że dla każdej liczby naturalnej <math>n \geq 1</math> prawdziwy jest wzór: <math>1 \cdot 3 \cdot (1!)^2 + 2 \cdot 4 \cdot (2!)^2 + \dots + n(n+2)(n!)^2 = [(n+1)!]^2 - 1</math>.</p>
<p><b>Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosowania zasady indukcji matematycznej do dowodzenia twierdzenia o liczbach naturalnych,</li> <li>– wykorzystania założenia indukcyjnego w dowodzie,</li> <li>– stosowanie pojęcia silni w działaniach na liczbach naturalnych.</li> </ul>

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość zadania w kraju wyniosła 0,35, o 0,01 więcej niż w OKE w Łodzi. Jest to więc zadanie trudne. Dla uczniów LP i T zadanie było bardzo trudne. Najczęściej nie uzyskiwano punktów za jego rozwiązanie. Ze względu na narzuconą metodę przeprowadzenia dowodu twierdzenia (indukcja matematyczna) mogły je rozwiązać jedynie osoby, które realizowały w szkole program rozszerzony.

**Zadanie 13. (5 pkt)**

**Treść zadania:**

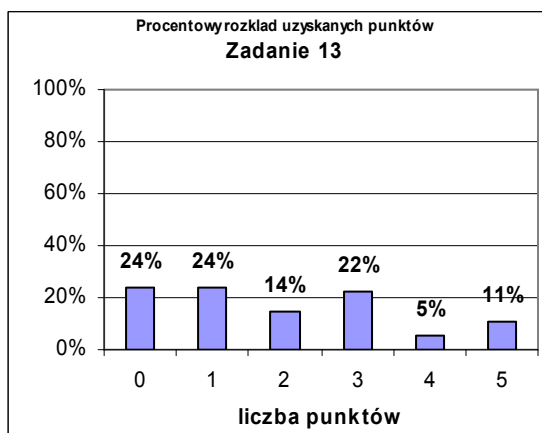
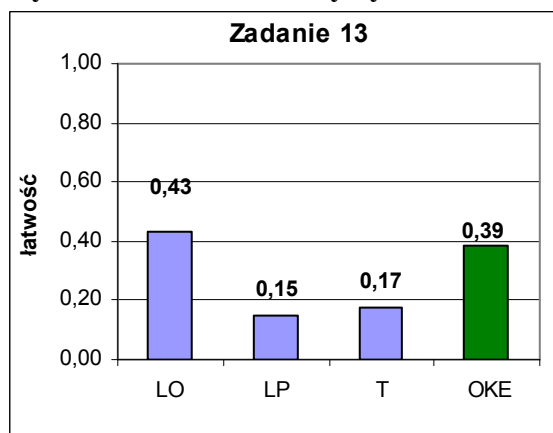
Dany jest ciąg  $(a_n)$ , gdzie  $a_n = \frac{5n+6}{10(n+1)}$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

- Zbadaj monotoniczność ciągu  $(a_n)$ .
- Oblicz  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
- Podaj największą liczbę  $a$  i najmniejszą liczbę  $b$  takie, że dla każdego  $n$  spełniony jest warunek  $a \leq a_n \leq b$ .

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- badania monotoniczności ciągu,
- obliczania granicy ciągu,
- formułowanie wniosków wynikających z pojęcia granicy i monotoniczności ciągu.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Zadanie to również okazało się trudne. Łatwość zadania w kraju to 0,38. W naszym okręgu łatwość jest nieznacznie wyższa – 0,39. Także i to zadanie dla uczniów LP i T było zadaniem bardzo trudnym. Najczęściej uzyskiwano za jego rozwiązanie 1 albo 0 punktów.

Największe problemy przysporzył zdającym podpunkt c) tego zadania, gdzie często nie podawane były wartości  $a$  i  $b$  mimo wcześniejszego zbadania monotoniczności i obliczenia granicy ciągu.

### Zadanie 14. (4 pkt)

#### Treść zadania:

a) Narysuj wykres funkcji  $y = \sin 2x$  w przedziale  $\langle -2\pi, 2\pi \rangle$ .

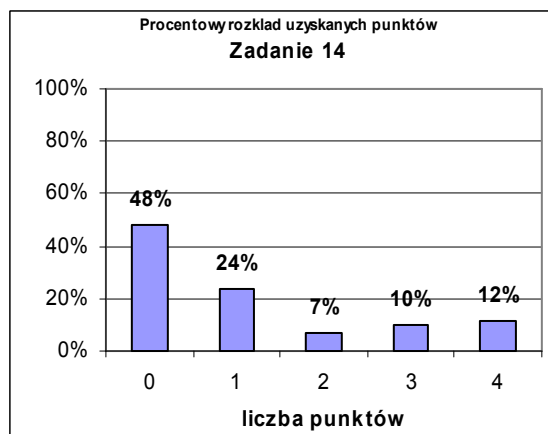
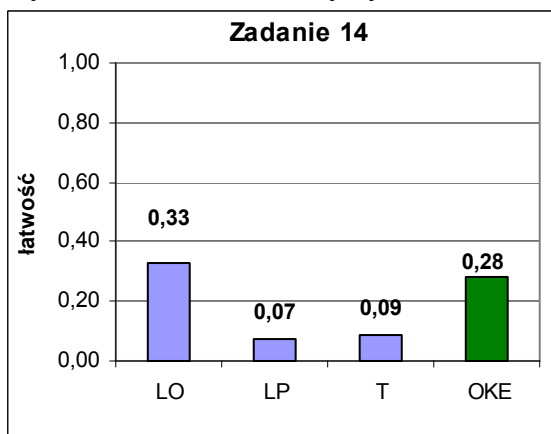
b) Narysuj wykres funkcji  $y = \frac{|\sin 2x|}{\sin 2x}$  w przedziale  $\langle -2\pi, 2\pi \rangle$

i zapisz, dla których liczb z tego przedziału spełniona jest nierówność  $\frac{|\sin 2x|}{\sin 2x} < 0$ .

#### Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):

- sporządzenia wykresu funkcji  $y = f(kx)$ ,
- wyznaczania dziedziny funkcji,
- sporządzania wykresu funkcji o danym wzorze z zastosowaniem definicji wartości bezwzględnej,
- odczytywania z wykresu własności funkcji.

#### Wybrane wskaźniki statystyczne:



Łatwość tego zadania w kraju to 0,29. Zadanie trudne, dla uczniów z LP i T – bardzo trudne. Prawie połowa piszących nie otrzymała żadnego punktu za to zadanie, a nieco poniżej  $\frac{1}{4}$  piszących otrzymało 1 punkt.

### Zadanie 15. (4 pkt)

#### Treść zadania:

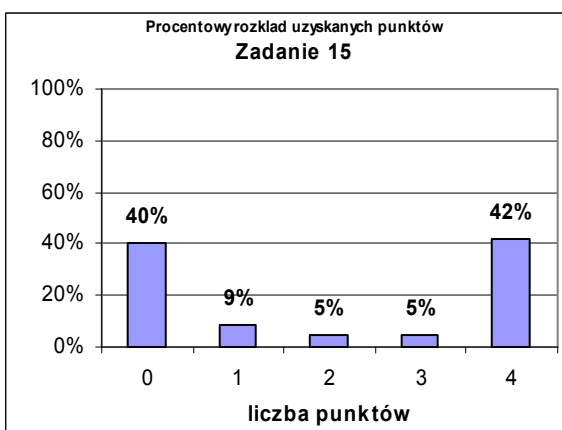
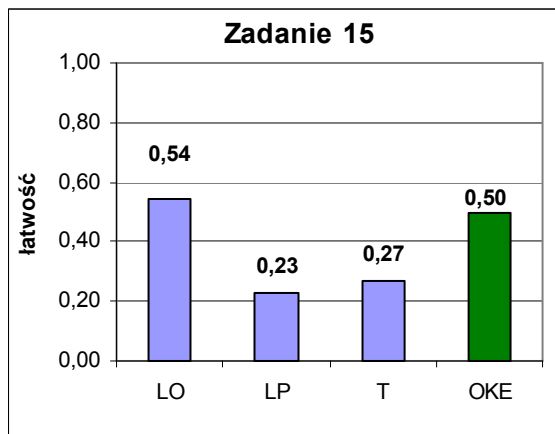
Uczniowie dojeżdżający do szkoły zaobserwowali, że spóźnienie autobusu zależy od tego, który z trzech kierowców prowadzi autobus. Przeprowadzili badania statystyczne i obliczyli, że w przypadku, gdy autobus prowadzi kierowca A, spóźnienie zdarza się w 5% jego kursów, gdy prowadzi kierowca B w 20% jego kursów, a gdy prowadzi kierowca C w 50% jego kursów. W ciągu 5-dniowego tygodnia nauki dwa razy prowadzi autobus kierowca A, dwa razy kierowca B i jeden raz kierowca C. Oblicz prawdopodobieństwo spóźnienia się szkolnego autobusu w losowo wybrany dzień nauki.

#### Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):

- dokonania analizy zadania,
- stosowania twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.



**Wybrane wskaźniki statystyczne:**

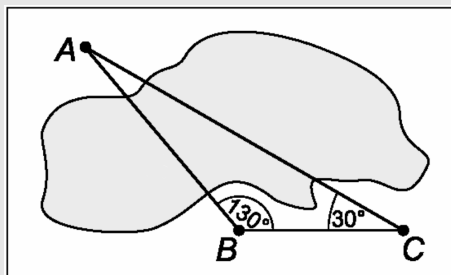


Łatwość w kraju tego zadania wyniosła 0,48. Na poziomie całego kraju zadanie należy więc zaliczyć do zadań trudnych, a w naszej OKE do zadań umiarkowanie trudnych.

**Zadanie 16. (3 pkt)**

**Treść zadania:**

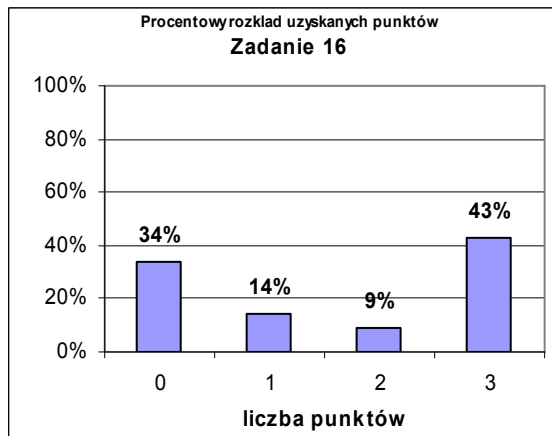
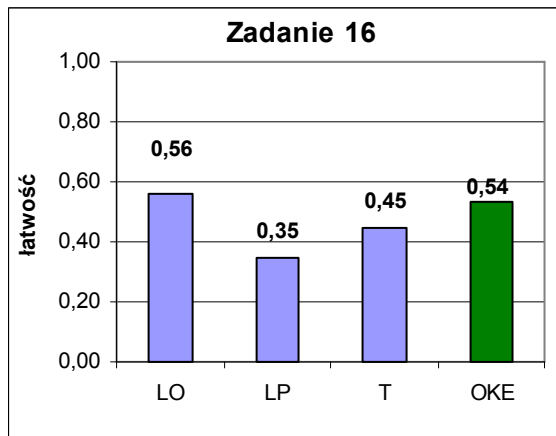
Obiekty  $A$  i  $B$  leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami  $B$  i  $C$  jest równa 400 m. Oblicz odległość w linii prostej między obiektami  $A$  i  $B$  i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.



**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- zastosowania twierdzenia, np. sinusów, do rozwiązania problemu,
- obliczania długości szukanego odcinka,
- posługiwania się odpowiednimi miarami oraz przybliżeniami dziesiętnymi.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Jedno z 4 zadań Arkusza II o umiarkowanym stopniu trudności. Łatwość w kraju wyniosła 0,53. Warto zwrócić uwagę na procentowy rozkład zdobytych punktów. Wynika z niego,

że albo zdający w ogóle nie otrzymywał punktów za rozwiązanie tego zadania (takich osób było 34%) , albo też otrzymywał komplet punktów (takich osób było 43%). Podobnie wygląda to w zadaniu poprzednim.

### Zadanie 17. (6 pkt)

**Treść zadania:**

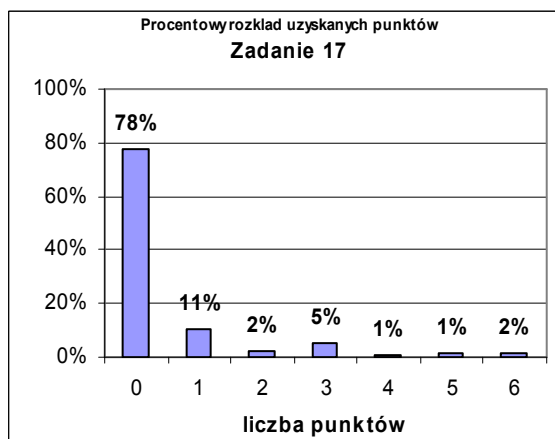
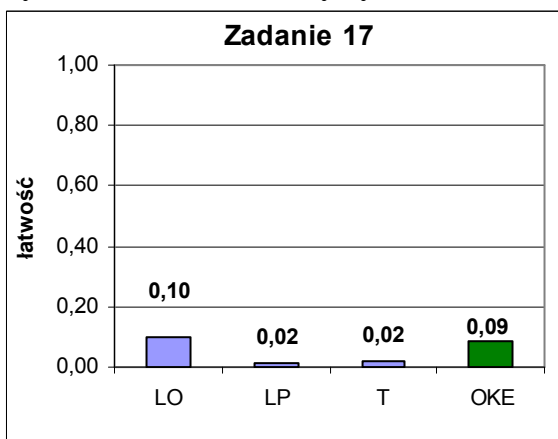
Na okręgu o promieniu  $r$  opisano trapez równoramienny  $ABCD$  o dłuższej podstawie  $AB$  i krótszej  $CD$ . Punkt styczności  $S$  dzieli ramię  $BC$  tak, że  $\frac{|CS|}{|SB|} = \frac{2}{5}$ .

- a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.
- b) Oblicz cosinus  $|\angle CBD|$ .

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- podania opisu matematycznego danej sytuacji w postaci wyrażeń algebraicznych,
- dobrania odpowiedniego algorytmu do obliczenia długości ramienia trapezu i długości jego przekątnej,
- posługiwania się odpowiednim twierdzeniem (np. cosinusów) lub definicją do wyznaczenia cosinusa kąta.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Najtrudniejsze zadanie Arkusza II. Łatwość tego zadania w kraju jest o 0,02 wyższa od łatwości w OKE Łódź i wyniosła 0,11. Oczywiście zadanie należy do grupy zadań bardzo trudnych. Zdający z LP i T praktycznie nie rozwiązywali tego zadania. Aż 78% piszących otrzymało 0 punktów za to zadanie, a 11% otrzymało tylko 1 punkt na 6 możliwych.

### Zadanie 18. (7 pkt)

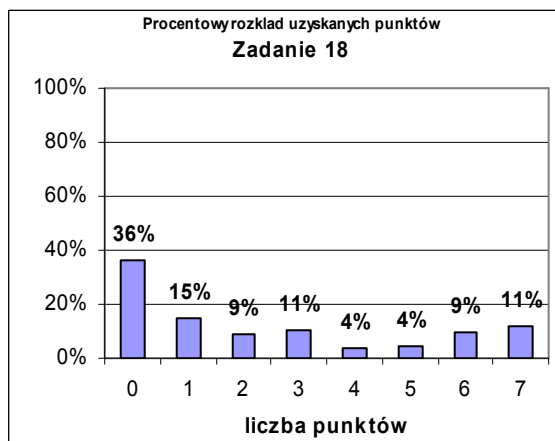
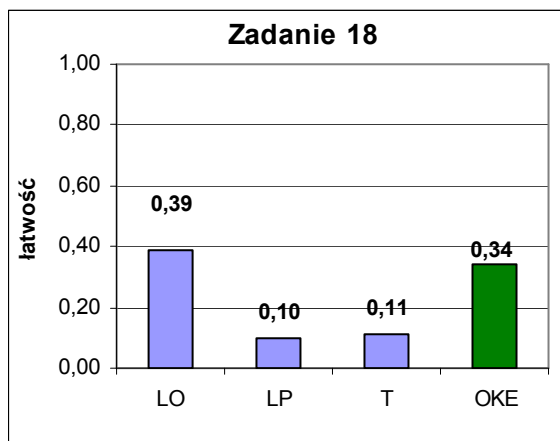
**Treść zadania:**

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych trójkątnych o objętości równej  $2 \text{ m}^3$  istnieje taki, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Wyznacz długości krawędzi tego graniastosłupa.

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- rozróżniania brył i zapisywania wzoru na pole powierzchni i objętość opisanego w zadaniu graniastoslupa,
- opisywania zależności za pomocą funkcji,
- obliczania pochodnej funkcji wymiernej,
- wykorzystywania związku pochodnej z istnieniem ekstremum i z monotonicznością funkcji,
- obliczania wymiarów szukanej bryły.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość tego zadania w kraju wyniosła 0,33. Zadanie okazało się trudne, a dla absolwentów LP i T – bardzo trudne. Co trzeci zdający otrzymał 0 punktów za rozwiązanie.

**Zadanie 19. (7 pkt)**

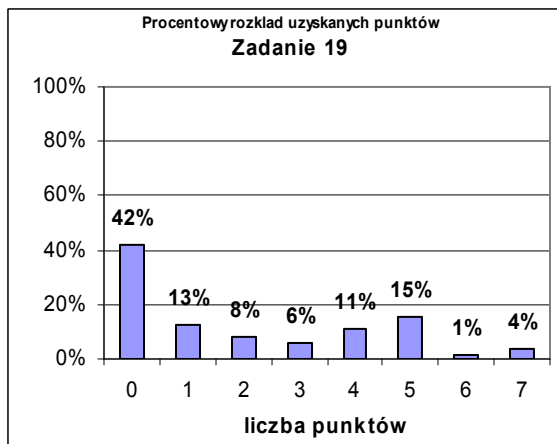
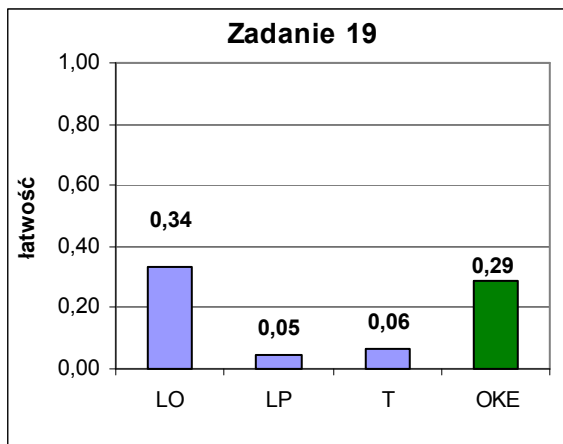
**Treść zadania:**

Nieskończony ciąg geometryczny  $(a_n)$  jest zdefiniowany wzorem rekurencyjnym:  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = a_n \cdot \log_2(k - 2)$ , dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ . Wszystkie wyrazy tego ciągu są różne od zera. Wyznacz wszystkie wartości parametru  $k$ , dla których istnieje suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu  $(a_n)$ .

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- posługiwania się definicją ciągu geometrycznego w celu wyznaczenia jego ilorazu,
- określenia dziedziny funkcji logarytmicznej,
- wykorzystania definicji logarytmu i własności funkcji logarytmicznej do rozwiązania prostych równań lub nierówności,
- podania warunku istnienia sumy szeregu geometrycznego,
- rozwiązywania nierówności logarytmicznej z wykorzystaniem własności wartości bezwzględnej,
- formułowania wniosków oraz zapisywania odpowiedzi.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Zadanie trudne. Łatwość w kraju tego zadania to 0,28. Dla uczniów z LP i T zadanie bardzo trudne. Aż 42% piszących nie zdołało uzyskać żadnego punktu za jego rozwiązanie, a jedynie jeden na 25 zdających rozwiązał je w całości.

**Zadanie 20. (4 pkt)**

**Treść zadania:**

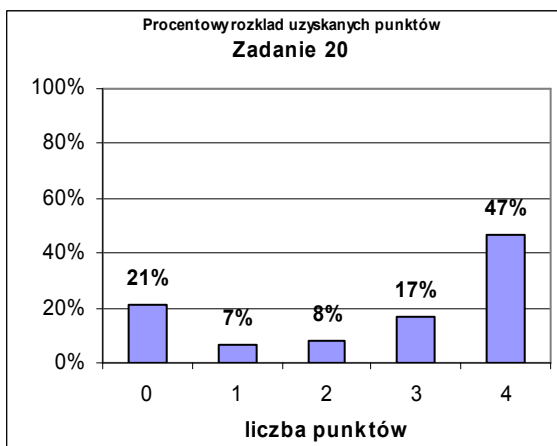
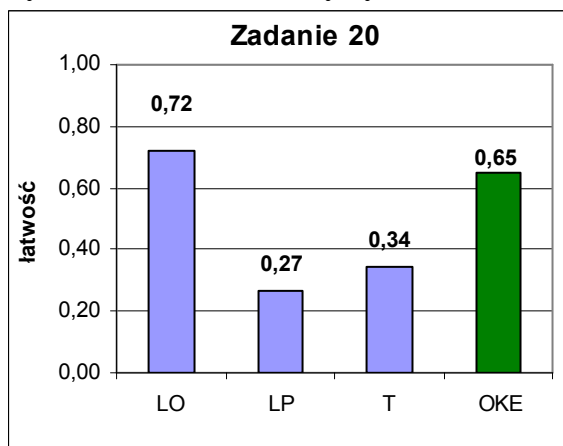
Dane są funkcje  $f(x) = 3^{x^2-5x}$  i  $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2x^2-3x+2}$ .

Oblicz, dla których argumentów  $x$  wartości funkcji  $f$  są większe od wartości funkcji  $g$ .

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- zapisania nierówności wynikającej z treści zadania,
- rozwiązania nierówności wykładniczej,
- rozwiązywania nierówności kwadratowej.

**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Najłatwiejsze zadanie Arkusza II. Jego łatwość w naszej komisji wyniosła 0,65 i była o 0,02 wyższa od łatwości w kraju. Dla uczniów LO było to zadanie łatwe, dla pozostałych dwóch grup – trudne. Około 1/5 zdających nie otrzymało żadnego punktu za rozwiązanie, a prawie połowa zdobyła wszystkie 4 punkty.

**Zadanie 21. (5 pkt)**

**Treść zadania:**

W trakcie badania przebiegu zmienności funkcji ustalono, że funkcja  $f$  ma następujące własności:

- jej dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych,
- $f$  jest funkcją nieparzystą,
- $f$  jest funkcją ciągłą

oraz:

$$f'(x) < 0 \text{ dla } x \in (-8, -3),$$

$$f'(x) > 0 \text{ dla } x \in (-3, -1),$$

$$f'(x) < 0 \text{ dla } x \in (-1, 0),$$

$$f'(-3) = f'(-1) = 0,$$

$$f(-8) = 0,$$

$$f(-3) = -2,$$

$$f(-2) = 0,$$

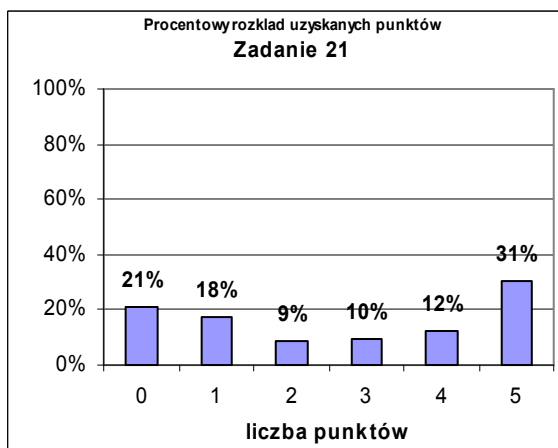
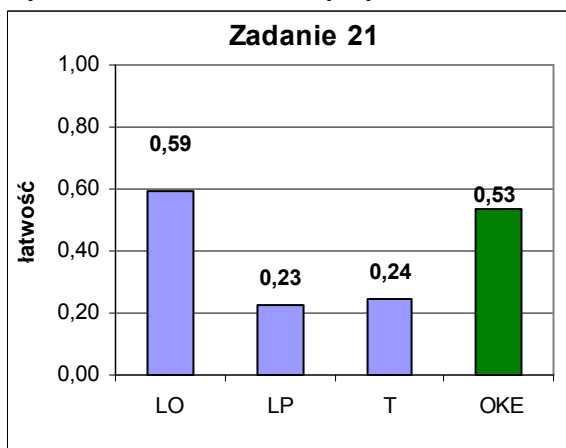
$$f(-1) = 1.$$

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie naszkicuj wykres funkcji  $f$  w przedziale  $\langle -8, 8 \rangle$ , wykorzystując podane powyżej informacje o jej własnościach.

**Sprawdzano umiejętności (wg kartoteki):**

- zaznaczania w prostokątnym układzie współrzędnych podanych punktów należących do wykresu funkcji,
- wykorzystywania związków pochodnej z istnieniem ekstremum i monotonicznością funkcji,
- stosowania własności funkcji nieparzystej do sporządzania jej wykresu.

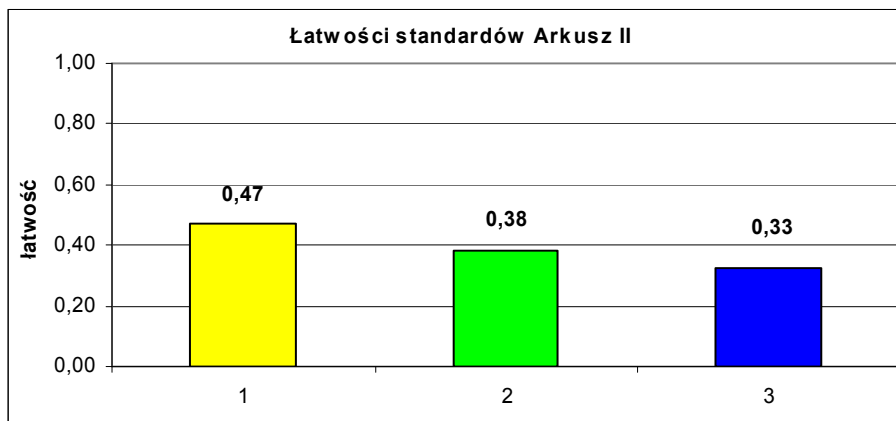
**Wybrane wskaźniki statystyczne:**



Łatwość zadania zarówno w kraju jak i w naszej OKE wyniosła 0,53. Jest to więc zadanie umiarkowanie trudne. Podobnie jak w większości zadań dla uczniów LP i T jest to zadanie trudne. Prawie co trzeci zdający uzyskał maksymalną liczbę 5 punktów za jego rozwiązanie.

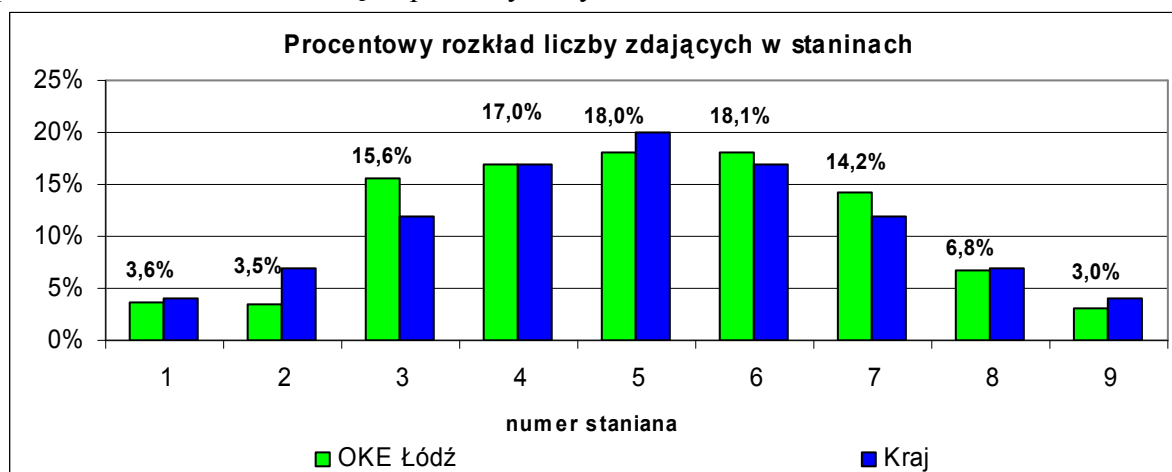
### 6. Łatwości standardów – Arkusz II.

Najłatwiejsze okazały się umiejętności z zakresu I standardu wymagań egzaminacyjnych. Prawie o 0,09 mniejszą łatwość miał ogół umiejętności ze standardu II, najmniejszą łatwość – ze standardu III. Graficzne przedstawienie łatwości poszczególnych czynności podane jest na rysunku 33. Statystyki opisowe zadań tego arkusza zestawione są w tabeli 29 na końcu sprawozdania.

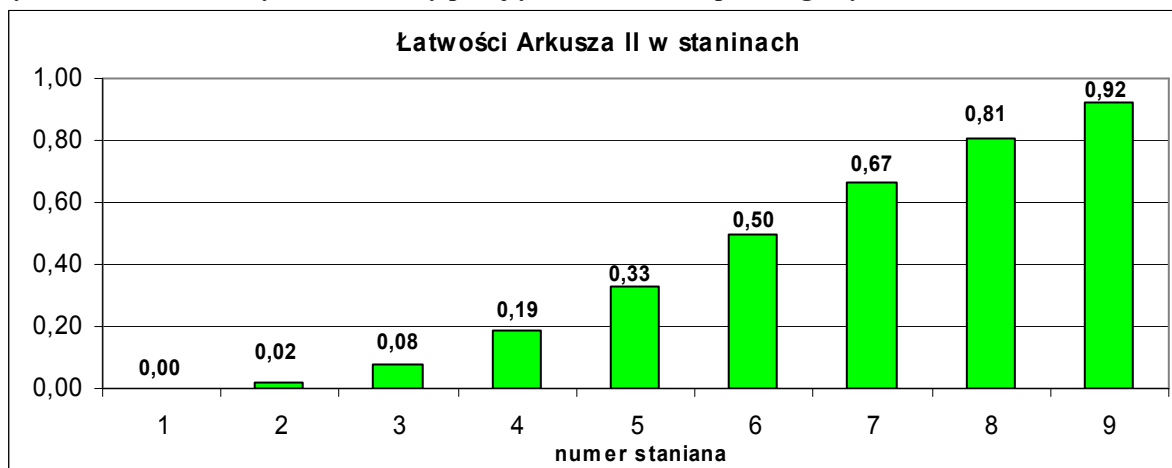


Rysunek 33. Łatwości standardów dla Arkusza II.

Więcej wyników osób piszących w OKE w Łodzi można zaobserwować w 3., 6. i 7. staniu w stosunku do całego kraju, a stosunkowo mniej w 2., 5. i 9. staniu. Dokładne wartości procentowe zamieszczone są na poniższym wykresie.



Rysunek 34. Procentowy rozkład liczby piszących Arkusz II w poszczególnych staninach.



Rysunek 35. Łatwości Arkusza II w staninach.

## **V. Wnioski**

1. Tegoroczny egzamin z matematyki okazał się łatwiejszy niż ubiegłoroczny.
2. Odsetek osób, które zdały ten egzamin jest również wyższy w stosunku do roku ubiegłego.
3. Po raz pierwszy przystąpili do niego absolwenci techników i liceów uzupełniających. Dla tych ostatnich egzamin ten okazał się bardzo trudny.
4. Podobnie jak w ubiegłym roku tak i w tym wynik średni z Arkusza I dla grupy osób piszących matematykę na poziomie rozszerzonym jest znacznie wyższy od wyniku piszących na poziomie podstawowym. Może to świadczyć o świadomym wyborze poziomu egzaminu, jakiego dokonywali zdający.
5. Bardzo zbliżone wyniki uzyskują absolwenci liceów profilowanych i techników. Absolwenci liceów uzupełniających bardzo odbiegają od absolwentów pozostałych typów szkół.
6. Na podstawie analizy jakościowej zadań można stwierdzić, że:
  - zdecydowanie najsłabiej wykształcone są umiejętności z zakresu geometrii (w tym i trygonometrii),
  - zdający mają kłopoty ze zbudowaniem modelu matematycznego, który często ogranicza się do zapisania prostych zależności algebraicznych,
  - wielu zdającym brakuje umiejętności krytycznego oglądu otrzymanych wyników,
  - w zdecydowanej większości zdający dobrze radzą sobie z zadaniami, w których należy przeprowadzić rozumowanie według podanego algorytmu.
7. Znacznie zmniejszyło się zjawisko „ściągnięcia” w stosunku do roku ubiegłego. Coraz więcej maturzystów rozumie jak doniosły jest to egzamin, którego wyniki są dla zdecydowanej większości jedynymi kryteriami rekrutacyjnymi na studia.
8. Przygotowując następnych uczniów do egzaminu należy szczególnie dużą uwagę zwrócić na:
  - a) kształcenie podstawowych umiejętności:
    - uważnego czytania zadań i przeprowadzania analizy ich treści, szczególnie dotyczy to zadań o kontekście praktycznym,
    - czytelnego zapisywania rozwiązań, oddających pełny tok rozumowania,
    - rozumienia pojęć matematycznych (często podstawowych), nie zaś tylko stosowania wyuczonych algorytmów,
    - kształcenia sprawności rachunkowej.
  - b) sprawne posługiwanie się zestawem wzorów.

## VI. Wyniki egzaminu maturalnego z matematyki gminach i powiatach .

## 1. Województwo łódzkie

## Arkusz I

Tabela 16. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza I dla gmin i powiatów województwa łódzkiego.

Gmina / Powiat	Liczba uczniów	Średnia	Odchyl. Stand.	Mediana	Dominanta	Maks	Min	Rozstęp
m. Bełchatów	273	31,95	13,23	34,00	46	50	1	49
Szczerców	19	23,16	12,34	21,00	15	45	1	44
Zelów	32	35,09	8,23	35,50	34	48	20	28
<b>bełchatowski</b>	<b>324</b>	<b>31,74</b>	<b>12,96</b>	<b>34,00</b>	<b>46</b>	<b>50</b>	<b>1</b>	<b>49</b>
m. Kutno	200	33,25	11,34	35,00	36	50	1	49
Dąbrowice	3	12,67	2,52	13,00	-	15	10	5
Krośniewice	4	15,75	8,26	18,50	-	22	4	18
Krzyżanów	3	20,67	8,14	17,00	-	30	15	15
Żychlin	12	29,00	7,70	30,00	31	39	17	22
<b>kutnowski</b>	<b>222</b>	<b>32,26</b>	<b>11,56</b>	<b>34,00</b>	<b>39</b>	<b>50</b>	<b>1</b>	<b>49</b>
Łask	61	29,95	12,63	32,00	36	50	0	50
Sędziejowice	3	19,67	10,50	20,00	-	30	9	21
<b>łaski</b>	<b>64</b>	<b>29,47</b>	<b>12,66</b>	<b>31,00</b>	<b>36</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Łęczyca	96	34,45	10,86	36,00	44	50	7	43
<b>łęczycki</b>	<b>96</b>	<b>34,45</b>	<b>10,86</b>	<b>36,00</b>	<b>44</b>	<b>50</b>	<b>7</b>	<b>43</b>
m. Łowicz	162	34,38	10,81	36,00	41	50	0	50
Zduny	17	39,76	8,03	41,00	41	50	21	29
<b>łowicki</b>	<b>179</b>	<b>35</b>	<b>11</b>	<b>37</b>	<b>41</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
Koluszki	48	30,73	10,15	31,00	31	49	6	43
Tuszyn	6	25,67	11,20	28,50	-	39	7	32
<b>łódzki wschodni</b>	<b>54</b>	<b>30,17</b>	<b>10</b>	<b>31</b>	<b>31</b>	<b>49</b>	<b>6</b>	<b>43</b>
Drzewica	16	16,19	8,01	14,00	12	30	2	28
Opoczno	142	32,76	10,96	32,00	42	50	0	50
<b>opoczyński</b>	<b>158</b>	<b>31,08</b>	<b>11,80</b>	<b>31,00</b>	<b>23</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Konstantynów Ł.	13	18,92	6,20	19,00	15	28	10	18
m. Pabianice	248	36,51	9,24	38,00	40	50	10	40
Ksawerów	12	24,33	8,88	24,50	9	35	9	26
<b>pabianicki</b>	<b>273</b>	<b>35,14</b>	<b>10,09</b>	<b>37,00</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>9</b>	<b>41</b>
Działoszyn	16	23,88	11,27	27,00	27	43	4	39
Pajęczno	31	28,55	12,29	30,00	27	50	0	50
<b>pajęczański</b>	<b>47</b>	<b>26,96</b>	<b>12,04</b>	<b>27,00</b>	<b>27</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
Czarnocin	5	28,40	6,11	25,00	24	38	24	14
Sulejów	7	33,43	9,88	37,00	41	44	18	26
Wola Krzysztoporska	4	20,50	7,51	20,50	-	29	12	17
Wolbórz	9	30,89	9,65	31,00	31	46	14	32
<b>piotrkowski</b>	<b>25</b>	<b>29,44</b>	<b>9,36</b>	<b>29,00</b>	<b>24</b>	<b>46</b>	<b>12</b>	<b>34</b>
Poddębice	62	33,53	9,04	33,00	32	50	10	40
<b>poddębicki</b>	<b>62</b>	<b>33,53</b>	<b>9,04</b>	<b>33,00</b>	<b>32</b>	<b>50</b>	<b>10</b>	<b>40</b>



Sprawozdanie z egzaminu maturalnego z matematyki – maj 2006 r.

m. Radomsko	201	32,75	11,98	35,00	35	50	4	46
Dobryczyce	5	18,40	4,39	18,00	-	23	12	11
Kamieński	16	1,56	6,25	0,00	0	25	0	25
Przedbórz	20	27,50	9,06	25,50	25	47	15	32
Żytno	2	18,00	12,73	18,00	-	27	9	18
<b>radomszczański</b>	<b>244</b>	<b>29,86</b>	<b>13,85</b>	<b>31,50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Rawa Maz.	122	35,16	11,79	38,00	38	50	4	46
Biała Rawska	10	21,40	10,28	19,00	-	43	8	35
<b>rawski</b>	<b>132</b>	<b>34,11</b>	<b>12,21</b>	<b>37,00</b>	<b>38</b>	<b>50</b>	<b>4</b>	<b>46</b>
m. Sieradz	259	33,02	11,92	35,00	28	50	2	48
Błaszki	16	33,69	8,95	34,50	35	49	19	30
Sieradz	2	27,00	5,66	27,00	-	31	23	8
Warta	2	29,50	0,71	29,50	-	30	29	1
Złoczew	25	32,92	11,20	36,00	32	49	8	41
<b>sieradzki</b>	<b>304</b>	<b>32,98</b>	<b>11,64</b>	<b>34,50</b>	<b>45</b>	<b>50</b>	<b>2</b>	<b>48</b>
Bolimów	2	38,00	0,00	38,00	38	38	38	0
Głuchów	5	31,00	10,00	26,00	26	46	21	25
Godzianów	5	26,60	9,66	29,00	-	37	16	21
<b>skierniewicki</b>	<b>12</b>	<b>30,33</b>	<b>9,35</b>	<b>31,50</b>	<b>26</b>	<b>46</b>	<b>16</b>	<b>30</b>
m. Tomaszów Maz.	227	33,04	10,60	33,00	44	50	5	45
<b>tomaszowski</b>	<b>227</b>	<b>33,04</b>	<b>10,60</b>	<b>33,00</b>	<b>44</b>	<b>50</b>	<b>5</b>	<b>45</b>
Wieluń	255	31,84	11,08	32,00	29	50	0	50
<b>wieluński</b>	<b>255</b>	<b>31,84</b>	<b>11,08</b>	<b>32,00</b>	<b>29</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
Lututów	20	21,05	10,20	23,00	32	37	3	34
Wieruszów	32	29,50	11,56	29,50	25	48	8	40
<b>wieruszowski</b>	<b>52</b>	<b>26,25</b>	<b>11,71</b>	<b>25,00</b>	<b>32</b>	<b>48</b>	<b>3</b>	<b>45</b>
m. Zduńska Wola	200	30,91	10,72	31,50	39	50	5	45
Zduńska Wola	3	18,33	13,50	18,00	-	32	5	27
<b>zduńskowolski</b>	<b>203</b>	<b>30,72</b>	<b>10,84</b>	<b>31,00</b>	<b>39</b>	<b>50</b>	<b>5</b>	<b>45</b>
m. Głowno	28	28,25	8,85	29,00	36	40	12	28
m. Ozorków	53	33,19	8,80	33,00	39	49	9	40
m. Zgierz	153	31,44	12,40	33,00	49	50	3	47
Aleksandrów Ł.	27	20,85	8,75	19,00	16	46	8	38
Stryków	8	22,13	6,53	20,00	19	33	15	18
<b>zgierski</b>	<b>269</b>	<b>30</b>	<b>12</b>	<b>31</b>	<b>21</b>	<b>50</b>	<b>3</b>	<b>47</b>
m. Brzeziny	21	29,95	13,09	33,00	46	46	4	42
<b>brzeziński</b>	<b>21</b>	<b>29,95</b>	<b>13,09</b>	<b>33,00</b>	<b>46</b>	<b>46</b>	<b>4</b>	<b>42</b>
Łódź-Bałuty	686	33,98	11,71	36,00	47	50	4	46
Łódź-Górna	517	33,39	11,78	35,00	47	50	1	49
Łódź-Polesie	230	31,62	12,89	34,00	45	50	0	50
Łódź-Śródmieście	470	33,58	12,50	36,00	46	50	0	50
Łódź-Widzew	171	32,22	11,01	34,00	35	50	3	47
<b>m. Łódź</b>	<b>2074</b>	<b>33,34</b>	<b>12,01</b>	<b>35,00</b>	<b>47</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Piotrków Tryb.	394	33,90	10,17	35,00	39	50	0	50
<b>m. Piotrków Tryb.</b>	<b>394</b>	<b>33,90</b>	<b>10,17</b>	<b>35,00</b>	<b>39</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Skierniewice	248	31,03	12,62	33,00	48	50	2	48
<b>m. Skierniewice</b>	<b>248</b>	<b>31,03</b>	<b>12,62</b>	<b>33,00</b>	<b>48</b>	<b>50</b>	<b>2</b>	<b>48</b>

## Arkusz II

Tabela 17. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II dla gmin i powiatów województwa łódzkiego.

Gmina / Powiat	Liczba uczniów	Średnia	Odchyl. Stand.	Mediana	Dominanta	Maks	Min	Rozstęp
m. Bełchatów	230	19,55	14,97	18,00	0	50	0	50
Szczerców	17	8,65	9,59	4,00	4	30	0	30
Zelów	30	15,93	8,87	16,00	16	40	4	36
<b>bełchatowski</b>	<b>277</b>	<b>18,49</b>	<b>14,40</b>	<b>16,00</b>	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Kutno	149	19,38	11,94	17,00	9	46	1	45
Krzyżanów	1	9,00	-	9,00	-	9	9	0
Żychlin	7	12,29	8,54	16,00	-	22	0	22
<b>kutnowski</b>	<b>157</b>	<b>18,99</b>	<b>11,87</b>	<b>17,00</b>	<b>9</b>	<b>46</b>	<b>0</b>	<b>46</b>
Łask	48	18,15	9,91	15,00	15	45	0	45
Sędziejowice	2	4,50	0,71	4,50	-	5	4	1
<b>łaski</b>	<b>50</b>	<b>17,60</b>	<b>10,07</b>	<b>15,00</b>	<b>15</b>	<b>45</b>	<b>0</b>	<b>45</b>
m. Łęczyca	68	20,16	12,87	17,50	13	46	0	46
<b>łęczycki</b>	<b>68</b>	<b>20,16</b>	<b>12,87</b>	<b>17,50</b>	<b>13</b>	<b>46</b>	<b>0</b>	<b>46</b>
m. Łowicz	135	19,50	11,35	19,00	16	43	0	43
Zduny	10	21,70	8,39	23,50	-	32	10	22
<b>łowicki</b>	<b>145</b>	<b>19,66</b>	<b>11,16</b>	<b>19,00</b>	<b>16</b>	<b>43</b>	<b>0</b>	<b>43</b>
Koluszki	43	11,02	8,29	9,00	4	31	0	31
Tuszyn	6	10,00	9,03	10,00	11	26	0	26
<b>łódzki wschodni</b>	<b>49</b>	<b>10,90</b>	<b>8,29</b>	<b>9,00</b>	<b>4</b>	<b>31</b>	<b>0</b>	<b>31</b>
Drzewica	7	7,00	3,46	6,00	6	14	3	11
Opoczno	120	18,56	13,04	14,50	14	49	0	49
<b>opoczyński</b>	<b>127</b>	<b>17,92</b>	<b>12,97</b>	<b>14,00</b>	<b>14</b>	<b>49</b>	<b>0</b>	<b>49</b>
m. Konstantynów Ł.	7	4,14	5,11	3,00	1	15	0	15
m. Pabianice	210	21,77	12,83	20,00	19	48	0	48
Ksawerów	6	6,50	6,44	4,50	-	19	1	18
<b>pabianicki</b>	<b>223</b>	<b>20,81</b>	<b>13,11</b>	<b>19,00</b>	<b>19</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>
Działoszyn	14	13,21	10,42	11,50	-	31	0	31
Pajęczno	23	12,96	12,95	11,00	4	46	0	46
<b>pajęczański</b>	<b>37</b>	<b>13,05</b>	<b>11,90</b>	<b>11,00</b>	<b>5</b>	<b>46</b>	<b>0</b>	<b>46</b>
Sulejów	7	7,86	5,43	8,00	1	15	1	14
Wola Krzysztoporska	2	1,00	0,00	1,00	1	1	1	0
Wolbórz	6	5,50	4,14	4,50	-	11	1	10
<b>piotrkowski</b>	<b>15</b>	<b>6,00</b>	<b>4,91</b>	<b>5,00</b>	<b>1</b>	<b>15</b>	<b>1</b>	<b>14</b>
Poddębice	57	15,89	9,00	14,00	14	36	2	34
<b>poddębicki</b>	<b>57</b>	<b>15,89</b>	<b>9,00</b>	<b>14,00</b>	<b>14</b>	<b>36</b>	<b>2</b>	<b>34</b>
m. Radomsko	148	20,22	13,53	18,00	7	50	0	50
Kamieńsk	15	0,00	0,00	0,00	0	0	0	0
Przedbórz	19	9,58	10,38	7,00	0	40	0	40
<b>radomszczański</b>	<b>182</b>	<b>17,44</b>	<b>14,05</b>	<b>14,50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Rawa Maz.	103	19,99	12,75	21,00	5	45	0	45
Biała Rawska	7	8,57	12,49	4,00	8	36	0	36
<b>rawski</b>	<b>110</b>	<b>19,26</b>	<b>12,99</b>	<b>19,50</b>	<b>0</b>	<b>45</b>	<b>0</b>	<b>45</b>

*Sprawozdanie z egzaminu maturalnego z matematyki – maj 2006 r.*

m. Sieradz	207	21,21	12,62	21,00	34	48	0	48
Błaszki	9	16,33	12,65	16,00	7	37	2	35
Warta	2	22,00	7,07	22,00	-	27	17	10
Złoczew	14	15,57	7,72	15,50	10	29	2	27
<b>sieradzki</b>	<b>232</b>	<b>20,69</b>	<b>12,40</b>	<b>21,00</b>	<b>34</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>
Głuchów	2	14,00	16,97	14,00	-	26	2	24
Godzianów	1	16,00	-	16,00	-	16	16	0
<b>skierniewicki</b>	<b>3</b>	<b>14,67</b>	<b>12,06</b>	<b>16,00</b>	<b>-</b>	<b>26</b>	<b>2</b>	<b>24</b>
m. Tomaszów Maz.	173	16,87	12,84	13,00	3	49	0	49
<b>tomaszowski</b>	<b>173</b>	<b>16,87</b>	<b>12,84</b>	<b>13,00</b>	<b>3</b>	<b>49</b>	<b>0</b>	<b>49</b>
Wieluń	192	19,46	12,85	18,00	31	48	0	48
<b>wieluński</b>	<b>192</b>	<b>19,46</b>	<b>12,85</b>	<b>18,00</b>	<b>31</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>
Lututów	12	5,58	4,50	4,50	12	12	0	12
Wieruszów	29	11,66	9,14	8,00	5	36	1	35
<b>wieruszowski</b>	<b>41</b>	<b>9,88</b>	<b>8,48</b>	<b>7,00</b>	<b>5</b>	<b>36</b>	<b>0</b>	<b>36</b>
m. Zduńska Wola	160	16,57	11,59	15,00	6	49	0	49
Zduńska Wola	1	5,00	-	5,00	-	5	5	0
<b>zduńskowolski</b>	<b>161</b>	<b>16,50</b>	<b>11,59</b>	<b>15,00</b>	<b>6</b>	<b>49</b>	<b>0</b>	<b>49</b>
m. Głowno	18	12,06	7,60	11,50	13	25	0	25
m. Ozorków	50	17,56	8,84	16,00	13	36	2	34
m. Zgierz	132	16,98	12,72	16,00	2	50	0	50
Aleksandrów Ł.	24	8,13	5,74	7,00	8	23	0	23
Stryków	2	5,50	0,71	5,50	-	6	5	1
<b>zgierski</b>	<b>226</b>	<b>15,68</b>	<b>11,35</b>	<b>13,00</b>	<b>2</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Brzeziny	19	11,89	8,05	12,00	0	25	0	25
<b>brzeziński</b>	<b>19</b>	<b>11,89</b>	<b>8,05</b>	<b>12,00</b>	<b>0</b>	<b>25</b>	<b>0</b>	<b>25</b>
Łódź-Bałuty	619	20,60	13,17	20,00	14	50	0	50
Łódź-Górna	454	19,59	13,37	18,00	7	50	0	50
Łódź-Polesie	210	19,09	12,35	19,00	11	48	0	48
Łódź-Śródmieście	394	23,10	13,51	24,00	24	50	0	50
Łódź-Widzew	155	18,52	12,32	16,00	6	45	0	45
<b>m. Łódź</b>	<b>1832</b>	<b>20,54</b>	<b>13,21</b>	<b>20,00</b>	<b>6</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Piotrków Tryb.	333	19,67	12,35	19,00	19	49	0	49
<b>m. Piotrków Tryb.</b>	<b>333</b>	<b>19,67</b>	<b>12,35</b>	<b>19,00</b>	<b>19</b>	<b>49</b>	<b>0</b>	<b>49</b>
m. Skierniewice	214	17,19	13,17	13,00	4	47	0	47
<b>m. Skierniewice</b>	<b>214</b>	<b>17,19</b>	<b>13,17</b>	<b>13,00</b>	<b>4</b>	<b>47</b>	<b>0</b>	<b>47</b>

## 2. Województwo świętokrzyskie

## Arkusz I

Tabela 18. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza I dla gmin i powiatów woj. świętokrzyskiego.

Gmina / Powiat	Liczba uczniów	Średnia	Odchyl. stand.	Mediana	Dominanta	Maks	Min	Rozstęp
Busko-Zdrój	139	35,01	10,99	37,00	29	50	0	50
Stopnica	1	42,00	-	42,00	-	42	42	0
<b>buski</b>	<b>140</b>	<b>35,06</b>	<b>10,96</b>	<b>37,00</b>	<b>29</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
Jędrzejów	72	31,06	12,15	33,50	48	48	8	40
Małogoszcz	13	25,92	12,61	30,00	-	43	1	42
Sędziszów	12	25,08	9,93	26,00	-	40	8	32
Wodzisław	3	36,33	11,72	41,00	-	45	23	22
<b>jędrzejowski</b>	<b>100</b>	<b>29,83</b>	<b>12,08</b>	<b>32,00</b>	<b>15</b>	<b>48</b>	<b>1</b>	<b>47</b>
Kazimierza Wielka	57	33,89	10,38	35,00	20	50	8	42
Skalbmierz	2	14,50	3,54	14,50	-	17	12	5
<b>kazimierski</b>	<b>59</b>	<b>33,24</b>	<b>10,80</b>	<b>34,00</b>	<b>20</b>	<b>50</b>	<b>8</b>	<b>42</b>
Bodzentyn	18	26,22	6,32	26,00	27	38	16	22
Chęciny	9	16,89	6,07	18,00	15	27	6	21
Chmielnik	34	27,74	13,22	31,00	31	46	2	44
Łopuszno	3	28,00	8,00	28,00	-	36	20	16
Morawica	7	15,71	8,60	17,00	17	28	4	24
Piekoszów	1	27,00	-	27,00	-	27	27	0
Sitkówka-Nowiny	7	24,86	4,56	25,00	24	30	16	14
Zagnańsk	5	24,00	5,20	27,00	27	29	17	12
<b>kielecki</b>	<b>84</b>	<b>24,79</b>	<b>10,45</b>	<b>25,00</b>	<b>27</b>	<b>46</b>	<b>2</b>	<b>44</b>
Końskie	169	30,78	12,76	32,00	46	50	1	49
Stąporków	17	22,29	12,90	23,00	23	39	0	39
<b>konecki</b>	<b>186</b>	<b>30,00</b>	<b>12,97</b>	<b>30,50</b>	<b>46</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
Opatów	64	28,94	12,74	28,50	34	50	3	47
Ożarów	22	27,14	9,03	26,00	17	50	16	34
<b>opatowski</b>	<b>86</b>	<b>28,48</b>	<b>11,88</b>	<b>28,00</b>	<b>22</b>	<b>50</b>	<b>3</b>	<b>47</b>
m. Ostrowiec Św.	268	33,78	11,09	34,00	45	50	3	47
Bałtów	2	8,50	0,71	8,50	-	9	8	1
Ćmielów	3	33,67	5,51	31,00	-	40	30	10
Kunów	2	15,50	7,78	15,50	-	21	10	11
<b>ostrowiecki</b>	<b>275</b>	<b>33,46</b>	<b>11,28</b>	<b>34,00</b>	<b>45</b>	<b>50</b>	<b>3</b>	<b>47</b>
Działoszyce	1	9,00	-	9,00	-	9	9	0
Pińczów	68	26,22	10,49	26,50	19	49	4	45
<b>pińczowski</b>	<b>69</b>	<b>25,97</b>	<b>10,61</b>	<b>26,00</b>	<b>19</b>	<b>49</b>	<b>4</b>	<b>45</b>
m. Sandomierz	133	30,71	12,77	33,00	37	50	3	47
Klimontów	8	34,63	6,32	36,00	31	44	23	21
Koprzywnica	1	46,00	-	46,00	-	46	46	0
Samborzec	6	31,50	7,82	29,00	41	41	22	19
Zawichost	3	26,00	10,82	23,00	-	38	17	21
<b>sandomierski</b>	<b>151</b>	<b>30,96</b>	<b>12,31</b>	<b>33,00</b>	<b>37</b>	<b>50</b>	<b>3</b>	<b>47</b>
m. Skarżysko-Kam.	243	30,54	11,88	31,00	21	50	0	50
Suchedniów	1	11,00	-	11,00	-	11	11	0
<b>skarżyski</b>	<b>244</b>	<b>30,46</b>	<b>11,93</b>	<b>31,00</b>	<b>21</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
m. Starachowice	225	29,83	11,09	29,00	15	50	2	48
<b>starachowicki</b>	<b>225</b>	<b>29,83</b>	<b>11,09</b>	<b>29,00</b>	<b>15</b>	<b>50</b>	<b>2</b>	<b>48</b>
Bogoria	16	7,81	16,94	0,00	0	48	0	48
Osiek	9	27,56	7,30	27,00	25	43	17	26
Połaniec	38	33,13	11,00	34,00	23	49	8	41
Staszów	129	29,90	11,05	31,00	28	50	5	45
<b>staszowski</b>	<b>192</b>	<b>28,59</b>	<b>13,10</b>	<b>30,00</b>	<b>0</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>

Włoszczowa	77	31,90	10,49	34,00	36	50	7	43
<b>włoszczowski</b>	<b>77</b>	<b>31,90</b>	<b>10,49</b>	<b>34,00</b>	<b>36</b>	<b>50</b>	<b>7</b>	<b>43</b>
m. Kielce	1041	31,59	12,65	34,00	45	50	0	50
<b>m. Kielce</b>	<b>1041</b>	<b>31,59</b>	<b>12,65</b>	<b>34,00</b>	<b>45</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>

## Arkusz II

Tabela 19. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II dla gmin i powiatów woj. świętokrzyskiego.

Gmina / Powiat	Liczba uczniów	Średnia	Odchyl. stand.	Mediana	Dominanta	Maks	Min	Rozstęp
Busko-Zdrój	109	16,25	12,99	12,00	3	48	0	48
Stopnica	1	14,00	-	14,00	-	14	14	0
<b>buski</b>	<b>110</b>	<b>16,23</b>	<b>12,94</b>	<b>12,00</b>	<b>3</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>
Jędrzejów	69	17,00	13,08	15,00	0	47	0	47
Małogoszcz	9	8,11	5,58	6,00	6	17	0	17
Sędziszów	6	11,50	5,05	13,00	14	18	5	13
Wodzisław	2	33,50	3,54	33,50	-	36	31	5
<b>jędrzejowski</b>	<b>86</b>	<b>16,07</b>	<b>12,55</b>	<b>14,00</b>	<b>0</b>	<b>47</b>	<b>0</b>	<b>47</b>
Kazimierza Wielka	43	20,33	12,43	20,00	31	49	0	49
Skalbierz	2	0,50	0,71	0,50	-	1	0	1
<b>kazimierski</b>	<b>45</b>	<b>19,44</b>	<b>12,83</b>	<b>19,00</b>	<b>31</b>	<b>49</b>	<b>0</b>	<b>49</b>
Bodzentyn	18	10,00	4,56	10,50	11	21	3	18
Chęciny	8	3,88	3,87	2,50	1	10	0	10
Chmielnik	14	17,43	7,82	18,00	24	29	1	28
Morawica	4	4,25	3,86	4,50	-	8	0	8
Sitkówka-Nowiny	2	6,00	2,83	6,00	-	8	4	4
Zagnańsk	5	5,00	4,18	4,00	-	12	1	11
<b>kielecki</b>	<b>51</b>	<b>9,98</b>	<b>7,40</b>	<b>9,00</b>	<b>1</b>	<b>29</b>	<b>0</b>	<b>29</b>
Końskie	128	18,77	13,67	17,00	6	47	0	47
Stąporków	8	4,63	5,10	1,50	1	12	0	12
<b>konecki</b>	<b>136</b>	<b>17,93</b>	<b>13,72</b>	<b>15,00</b>	<b>9</b>	<b>47</b>	<b>0</b>	<b>47</b>
Opatów	42	14,17	11,24	12,00	13	43	0	43
Ożarów	17	13,59	12,02	8,00	4	39	1	38
<b>opatowski</b>	<b>59</b>	<b>14,00</b>	<b>11,37</b>	<b>12,00</b>	<b>4</b>	<b>43</b>	<b>0</b>	<b>43</b>
m. Ostrowiec Św.	205	19,97	13,97	18,00	3	48	0	48
<b>ostrowiecki</b>	<b>205</b>	<b>19,97</b>	<b>13,97</b>	<b>18,00</b>	<b>3</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>
Działoszyce	1	0,00	-	0,00	-	0	0	0
Pińczów	37	15,97	10,67	12,00	7	43	0	43
<b>pińczowski</b>	<b>38</b>	<b>15,55</b>	<b>10,84</b>	<b>12,00</b>	<b>7</b>	<b>43</b>	<b>0</b>	<b>43</b>
m. Sandomierz	102	23,50	12,64	23,50	9	47	0	47
Klimontów	5	19,40	6,43	20,00	-	26	11	15
Koprzywnica	1	33,00	-	33,00	-	33	33	0
Samborzec	6	13,67	9,27	8,50	8	27	6	21
Zawichost	3	2,33	1,53	2,00	-	4	1	3
<b>sandomierski</b>	<b>117</b>	<b>22,36</b>	<b>12,69</b>	<b>23,00</b>	<b>9</b>	<b>47</b>	<b>0</b>	<b>47</b>
m. Skarżysko-Kam.	151	18,50	12,32	18,00	4	48	0	48
<b>skarżyski</b>	<b>151</b>	<b>18,50</b>	<b>12,32</b>	<b>18,00</b>	<b>4</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>
m. Starachowice	166	15,95	12,36	13,00	8	48	0	48
<b>starachowicki</b>	<b>166</b>	<b>15,95</b>	<b>12,36</b>	<b>13,00</b>	<b>8</b>	<b>48</b>	<b>0</b>	<b>48</b>
Bogoria	16	3,75	8,60	0,00	0	29	0	29
Osiek	9	14,44	3,68	14,00	14	18	6	12
Połaniec	35	14,97	13,79	12,00	6	46	0	46
Staszów	81	14,81	11,82	12,00	0	43	0	43
<b>staszowski</b>	<b>141</b>	<b>13,57</b>	<b>12,13</b>	<b>12,00</b>	<b>0</b>	<b>46</b>	<b>0</b>	<b>46</b>

Włoszczowa	52	18,21	11,32	19,00	2	45	2	43
<b>włoszczowski</b>	<b>52</b>	<b>18,21</b>	<b>11,32</b>	<b>19,00</b>	<b>2</b>	<b>45</b>	<b>2</b>	<b>43</b>
m. Kielce	819	18,05	13,48	16,00	1	50	0	50
<b>m. Kielce</b>	<b>819</b>	<b>18,05</b>	<b>13,48</b>	<b>16,00</b>	<b>1</b>	<b>50</b>	<b>0</b>	<b>50</b>

## VII. Załączniki.

### 1. Województwo łódzkie

Tabela 20. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza I z uwzględnieniem podziału na typ szkoły dla woj. łódzkiego.

Wskaźnik	Matematyka				
	Arkusz I (woj. łódzkie)				
	ogółem	LO	LP	T	LU
Liczebność	5939	4550	518	853	18
Wynik maksymalny	50	50	50	50	30
Wynik minimalny	0	0	0	0	0
Wynik średni	32,57	34,95	24,06	25,41	13,28
Odchylenie standardowe	11,77	10,98	10,98	10,66	10,13

Tabela 21. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II z uwzględnieniem podziału na typ szkoły dla woj. łódzkiego.

Wskaźnik	Matematyka			
	Arkusz II (woj. łódzkie)			
	ogółem	LO	LP	T
Liczebność	4923	4119	304	500
Wynik maksymalny	50	50	38	40
Wynik minimalny	0	0	0	0
Wynik średni	19,01	21,19	7,41	8,19
Odchylenie standardowe	12,91	12,62	7,58	7,58

### 2. Województwo świętokrzyskie

Tabela 22. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza I z uwzględnieniem podziału na typ szkoły dla woj. świętokrzyskiego.

Wskaźnik	Matematyka				
	Arkusz I (woj. świętokrzyskie)				
	ogółem	LO	LP	T	LU
Liczebność	2929	2111	335	475	8
Wynik maksymalny	50	50	50	50	35
Wynik minimalny	0	0	0	0	3
Wynik średni	30,94	34,00	22,71	23,31	20,63
Odchylenie standardowe	12,22	11,17	10,98	11,45	8,98

**Tabela 23. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II z uwzględnieniem podziału na typ szkoły dla woj. świętokrzyskiego.**

Wskaźnik	Matematyka			
	Arkusz II (woj. świętokrzyskie)			
	ogółem	LO	LP	T
Liczebność	2176	1797	164	215
Wynik maksymalny	50	50	38	35
Wynik minimalny	0	0	0	0
Wynik średni	17,56	19,88	5,48	7,39
Odchylenie standardowe	13,08	12,85	6,63	7,81

### 3. Miasto Łódź.

**Tabela 24. Wybrane wskaźniki statystyczne wyników punktowych Arkusza I dla miasta Łodzi z podziałem na typ szkoły.**

Wskaźnik	Matematyka				
	Arkusz I (Łódź)				
	ogółem	LO	LP	T	LU
Liczebność	2074	1729	169	166	10
Wynik maksymalny	50	50	48	50	30
Wynik minimalny	0	0	1	4	4
Wynik średni	33,34	35,24	22,43	25,51	18,00
Odchylenie standardowe	12,01	11,23	11,40	10,89	8,54

**Tabela 25. Wybrane wskaźniki statystyczne wyników punktowych Arkusza II dla miasta Łodzi z podziałem na typ szkoły.**

Wskaźnik	Matematyka			
	Arkusz II (Łódź)			
	ogółem	LO	LP	T
Liczebność	1832	1612	117	103
Wynik maksymalny	50	50	36	27
Wynik minimalny	0	0	0	0
Wynik średni	20,54	22,40	6,42	7,50
Odchylenie standardowe	13,21	12,77	7,22	6,51

#### 4. Miasto Kielce.

Tabela 26. Wybrane wskaźniki statystyczne wyników punktowych Arkusza I dla miasta Kielce z podziałem na typ szkoły.

Wskaźnik	Matematyka				
	Arkusz I (Kielce)				
	ogółem	LO	LP	T	LU
Liczebność	1041	736	162	142	1
Wynik maksymalny	50	50	50	49	3
Wynik minimalny	0	0	0	3	3
Wynik średni	31,59	35,17	23,15	22,88	3,00
Odchylenie standardowe	12,65	11,32	11,41	11,52	-

Tabela 27. Wybrane wskaźniki statystyczne Arkusza II z uwzględnieniem podziału na typ szkoły dla miasta Kielce.

Wskaźnik	Matematyka			
	Arkusz II (Kielce)			
	ogółem	LO	LP	T
Liczebność	819	637	94	88
Wynik maksymalny	50	50	37	25
Wynik minimalny	0	0	0	0
Wynik średni	18,05	21,61	5,86	5,32
Odchylenie standardowe	13,48	12,86	6,52	5,94

#### 5. Statystyki opisowe zadań.

Tabela 28. Statystyki opisowe Arkusza I.

Numer zadania (czynności)	Średnia	Łatwość	Mediana	Dominanta	Odchylenie standardowe	Minimum	Maksimum	Rozstęp
Zadanie 1	1,90	0,63	2,00	3	1,09	3	0	3
Zadanie 2	1,53	0,51	1,00	3	1,30	3	0	3
Zadanie 3	3,36	0,67	3,00	5	1,65	5	0	5
Zadanie 4	3,37	0,84	4,00	4	1,28	4	0	4
Zadanie 5	1,05	0,35	1,00	1	0,99	3	0	3
Zadanie 6	4,24	0,61	5,00	7	2,72	7	0	7
Zadanie 7	2,34	0,47	1,00	1	2,00	5	0	5
Zadanie 8	3,52	0,70	4,00	4	1,47	5	0	5
Zadanie 9	4,31	0,72	5,00	6	2,12	6	0	6
Zadanie 10	3,71	0,62	4,00	6	2,36	6	0	6
Zadanie 11	2,69	0,90	3,00	3	0,83	3	0	3



Tabela 29. Statystyki opisowe Arkusza II.

Numer zadania (czynności)	Średnia	Łatwość	Mediana	Dominanta	Odchylenie standardowe	Minimum	Maksimum	Rozstęp
Zadanie 12	1,71	0,34	1,00	0	1,85	5	0	5
Zadanie 13	1,94	0,39	2,00	0	1,61	5	0	5
Zadanie 14	1,14	0,28	1,00	0	1,41	4	0	4
Zadanie 15	1,98	0,50	2,00	4	1,85	4	0	4
Zadanie 16	1,61	0,54	2,00	3	1,33	3	0	3
Zadanie 17	0,51	0,09	0,00	0	1,21	6	0	6
Zadanie 18	2,38	0,34	1,00	0	2,55	7	0	7
Zadanie 19	2,02	0,29	1,00	0	2,20	7	0	7
Zadanie 20	2,61	0,65	3,00	4	1,61	4	0	4
Zadanie 21	2,66	0,53	3,00	5	1,98	5	0	5